### 学术论文

# 基于有限变形理论的齿轮楔横轧制坯热力耦合模拟

应富强<sup>1</sup>,潘孝勇<sup>1,2</sup>,李 敏<sup>1</sup>

(1. 浙江工业大学机械制造及自动化省部共建教育部重点实验室,杭州,310014;

2. 拓普 NVH 研发中心,浙江宁波, 315800)

[摘要] 楔横轧齿轮轧制成形是一个全新的课题,在轧制过程中轧件的变形、温度场及力能参数都有待研究。 将楔横轧技术与齿轮范成加工原理相结合,设计了楔横轧齿轮轧制的模具,给出了楔横轧齿轮轧制成形热力耦 合本构模型,并在 SuperForm 平台对轧制成形过程进行了有限元模拟,获得了轧件在成形过程中的变形规律、温 度场分布及力能参数变化等数据,详细分析了数值模拟结果,为进一步研究齿轮楔横轧制坯提供参考。

[关键词] 楔横轧;齿轮;热力耦合;有限元

[中图分类号] TG335 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742 (2007) 07-0047-06

目前,国内许多成熟的齿轮少无切削加工技术 已被广泛使用,例如精锻、冷镦、冷挤压、摆碾 等,但它们对中长齿轮轴的加工均显得力不从心。 摩擦焊与齿轮精锻相结合的工艺由于制备圆钢坯料 所用带锯条耗损大,后期热处理成本高,生产效率 低,其应用受到影响。齿轮冷轧工艺虽然加工时间 短、精度高,但要求材料具有良好的塑性,材料的 变形抗力大,需要有足够的设备和模具刚度,同时 在冷轧过程中齿顶有出现犄角和龟裂状伤痕的可 能<sup>[1]</sup>,只能加工模数小于1 mm 的齿轮。

楔横轧被公认为是轴类件制坯的最佳工艺,将 楔横轧技术和齿轮范成加工原理有机结合,使用齿 条模具直接轧制齿轮,显然是一种高效优质的齿轮 制坯新工艺。轴类件制坯和齿成形过程均较为复 杂,要在实际状态下揭示变形过程中金属流动、应 力应变、温度场、轧制力能参数等变化规律,困难 重重。而借助于有限元方法能够很好地再现成形全 过程并获得研究参数,预测成形质量缺陷,获得指 导实际生产的最佳工艺参数。

## 1 楔横轧齿轮轧制成形原理

楔横轧齿轮轧制成形是将齿轮坯料加热到良好

的塑性状态后,结合楔横轧制坯和范成原理将坯料 轧出轮齿。具体讲,就是采用自由分度方法,依靠 一对相向平动的楔形齿条模具在滚轧过程中对坯料 逐渐施加压力,齿坯自由转动,楔形齿条模具与齿 坯接触轧出凹槽,凹槽达到一定深度之后,楔形齿 条模具的齿顺着凹槽逐渐轧入,最终在坯料外圆挤 出轮齿,如图1所示。



图 1 齿轮轧制成形原理 Fig.1 Gear forming principle by rolling

由于自由分度式轧制方法不具备精确分度条件,如果一开始轧出的凹槽不符合规定齿数(滚轧时齿坯与齿条模具之间产生滑动),往往造成"乱

<sup>[</sup>收稿日期] 2006-03-16; 修回日期 2006-08-21

<sup>[</sup>作者简介] 应富强(1957-),男,浙江杭州市人,浙江工业大学教授,研究方向:现代制造与设计

齿"。为了轧制出规定齿数的齿轮,必须在齿坯外 圆上精确分度,正确计算出齿坯尺寸与齿条模具尺 寸之间的关系,以保证分度齿数的精确性。

图 2 所示齿条模具以弦长 AB进行分度。若齿条模数为 m,齿条模具上 AB的长度有

$$\overline{AB} = \pi m \tag{1}$$

$$AB = d_1 \sin \theta_1 \tag{2}$$

设轧制齿轮的齿数为 z<sub>1</sub>,为了使齿条模具的 齿顶在齿坯外圆上精确分度出规定的齿数,θ<sub>1</sub> 必 须是轧制齿轮每一周节的 1/2 中心角。即

$$\theta_1 = \pi/z_1 \tag{3}$$

$$d_1 = \pi m/\sin(\pi/z_1) \tag{4}$$

给出齿条模具的基本参数,即可算出齿坯 直径。

用该工艺生产的齿轮由于金属纤维沿产品外形 呈连续的流线分布,因而抗弯强度、抗疲劳强度和 耐磨性等都较传统工艺有显著提高。



图 2 齿轮轧制成形的分度原理

Fig.2 Index principle of gear forming by rolling

## 2 齿轮轧制成形热力耦合模型

#### 2.1 变形场弹塑性本构方程

楔横轧齿轮轧制属于大变形问题,其弹塑性本 构关系为非线性,且与其应变过程和加载路径相 关,故其本构模型也具有瞬态性质。基于楔横轧齿 轮轧制的变形性质,用塑性流动增量理论按变形态 构形用欧拉参数描述其本构关系,即用 Euler 应力 张量和 Almansi 应变张量表达应力和应变关系<sup>[2]</sup>。

对于弹塑性介质,在空间描述中屈服函数用欧 拉应力表示:

$$f(\tau_{ij}, k) = 0 \tag{5}$$

式中变量 k 为等效应变率的物质积分。在大变形中,如果弹性变形部分比较小,总的变形增量可以

分解为弹性部分与塑性部分。假设塑性变形率由正 交法则与屈服面相关联,弹性应变率与应力的焦曼 导数之间满足虎克定律,导出大变形本构方程为

$$\tau_{ij}^{v} = D_{ijkl}^{ep} V_{kl} \tag{6}$$

式中 Val 是变形率张量,对于各向同性强化的米塞 斯材料,有

$$D_{ijkl}^{ep} = \frac{E}{1+\upsilon} \left[ \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{\upsilon}{1-2\upsilon} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) - a^* \frac{\tau'_{ij} \tau'_{kl}}{\frac{2}{3} \sigma_i^2 \left[ 1 + \frac{2}{3} H \frac{1+\upsilon}{E} \right]} \right]$$
(7)

式中  $a^*$  为载荷性质判断因子, 塑性加载或中性过 程  $a^* = 1$ ; 弹性加载过程  $a^* = 0$ ; 任何卸载过程  $a^* = 0$ ;  $\delta_{ij}$ 为克罗克尔记号,  $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, (i \neq j) \\ 1, (i = j) \end{cases}$ ; *E* 为弹性模量;  $\upsilon$ 为泊松比;  $\sigma_i$  为变形态瞬时等效应 力; *H*为材料的硬化系数。

2.2 温度场本构模型

求解温度场问题,满足下列三类边界条件<sup>[3]</sup>:

 1) 给定表面(边界)上质点的温度值在传热 过程中保持不变,即温度值是给定的边界条件,假 设该表面为 S<sub>1</sub>,则表示为

 $T(x, y, z, t) = T_0(t \ge 0, S \in S_1)$  (8) 2) 物体表面 S<sub>2</sub> 上给定热通量 q 的边界条件 表示为

$$\phi \frac{\partial T}{\partial n} - q = 0 \quad (t > 0, S \in S_2) \tag{9}$$

式中  $\phi$ 为材料的热传导系数, n表示表面  $S_2$  任意 点的外法线方向。

3) 表面 S<sub>3</sub> 上热损失给定的边界条件表示为

$$\phi \frac{\partial T}{\partial n} + h(T - T_{\infty}) = 0 \quad (t > 0, S \in S_3)$$

(10)

式中 h 为放热损失系数, T∞ 为环境温度, 在初始 条件

$$T(x, y, z, t = 0) = T_0(x, y, z)$$
(11)

下求解能量平衡方程

$$\phi \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \dot{q} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

可以等效为求以下泛函 I 的极小值问题:

$$I = \frac{1}{2} \int_{v} \left[ \phi T_{j} T_{j} - 2 \left( \dot{q} - \rho c T \right) T \right] dV +$$

$$\frac{1}{2} \int_{ss} h (T - T_{\infty})^{2} dS - \int_{ss} qT dS$$
(13)

式中

$$T_{j} = \frac{\partial T}{\partial x_{i}} (x_{i} = x, y, z)$$
(14)

满足初始条件式(11)、边界条件式(8)至式(10),并能使泛函式(13)的一个变分为零的温度场,必是问题的真正解。

### 3 楔横轧齿轮轧制成形数值模型

3.1 模型简化基本假设

为简化研究对象,假设如下:

1) 准静力分析, 忽略惯性力的影响;

 2) 模具为刚体,忽略轧制模具的弹性变形, 模具无磨损;

 3)只考虑金属的径向流动,近似为轴对称平 面变形。

 4) 轧制前后满足体积不变条件,摩擦类型为 库仑摩擦。

3.2 几何及有限元模型建构

以轧制分度圆直径 40 mm、模数 2 mm、齿数 20 的标准齿轮为例,模具总长度为 622.035 mm。由于轮齿不可能回转一圈就轧制完成,因此成形过程采用逐步进给的方式,即每轧制一圈模具齿高增加一微量,初始齿形(第一圈的初轧齿形)高度为 3.25 mm,以后每次进给量为 0.25 mm;为了保证前一圈与后一圈在轧制过程中能够更好地衔接,令每圈增加一个齿形,即 20/2+1=11。齿轮轧制几何模型如图 3 所示。

有限元模型构建如下:

 初始条件:定义环境温度为 20℃,模具温 度为 500 ℃。

2) 传热边界条件:设定传热系数为 20 kW/m<sup>2</sup>
 •C,表面散热系数为 20 W/m<sup>2</sup>
 •C,传热膜系数为 0.17 kW/m<sup>2</sup>



图 3 齿轮轧制成形几何模型 Fig.3 Geometric model of gear rolling

3) 接触定义: 模具为刚体, 速度 400 mm/s, 摩擦系数 0.4。

4) 重划标准:采用四节点单元 (advancing front quad),当单元扭曲,模具渗透或增量超过一 定程度 (这里设为5)时,重划网格。

5)加载历程:定义轧制过程为准静态分析加载历程,给定增量步数,以自适应探测步长求解。

## 4 楔横轧齿轮轧制成形模拟结果

#### 4.1 成形过程轧件变形规律

基于以上理论进行了楔横轧齿轮轧制整个变形 过程的模拟<sup>[4]</sup>,并观察整个轧件从非稳态到稳态过 程的变形情况,得到楔横轧齿轮成形的变形特征 为:齿条模具紧压在转动的轧件上,使齿坯外圆产 生塑性变形,同时逐渐轧入齿坯;随着轧入量的增 加,齿坯外圆部分的金属相应凸起;这个凸起部分 的金属,在滚轧模具和齿坯接触而产生相互转动时, 借助范成运动来形成齿形;滚轧模具轧到规定的深 度之后,凸起部分即被加工成规定形状的齿形。

图 4 为齿轮成形过程等效应变的变化情况,初 轧时在模具作用下轧件下方先发生变形,并迅速向 心部扩展(增量 20,50)。轧件的变形很不均匀, 在轧制的第一圈变形扩展范围不大。随着轧制的深 入,变形区逐渐向心部扩展,呈现出环状分布(增





量 200,746)。在精轧段,总体等效塑性应变的范围扩展到齿坯 1/2 半径处。

4.2 齿轮成形过程温度场分布

变形过程中轧件的温度分布不均匀。由于变形 时间短,影响温度的主要因素是轧件和模具接触产 生的热传导和金属塑性变形产生的温升,这两者的 综合作用基本上决定了轧件中温度场的变化规律。 轧件接触模具后,先是接触处温度下降,而轧件中 心温度变化很小。随着变形的继续,表面温度逐渐 降低到最小值,中心温度由于塑性变形产生热使温 度上升,在整个轧件断面上形成明显的温度梯度。

图 5 为初轧阶段轧件断面上的温度分布。温度 梯度主要集中在接触表面,而在轧件中心部位大部 分区域温度的变化不大。温升最大的区域是在轧件 的中部靠近表面处;此处的变形较大,受接触热传 导的影响也较大,变形剧烈。接触热传导的影响区 域位于距齿坯外表面 5~10 mm 厚度处。

在轧入阶段和精轧阶段,温度分布受模具热传导的影响较小,受自身热传导的影响增大,如图 6 所示,与模具接触的金属表面,温度梯度非常明





Fig. 5 Variation of temperature on cross-section at the beginning stage of gear rolling

显。随着轧制阶段的深入,整个轧件的温度分布呈 现有规律的环状分布;从增量200到增量746,特 别是在轧制的最后阶段,显示中心温度最高、表面 温度最低,且呈递减分布,这是由于轧件表面与模 具接触以及受室温影响而产生热交换,导致表面温 度低,心部温度高,心部温度向表面传递,心部较 大范围的温度保持在989.4℃,越接近表面,温度 递减越明显。



图 6 轧入阶段和精轧阶段齿轮轴截面温度变化和分布



图 7 为轧件心部与表面温度的变化情况比较, 基本上呈一定斜率的下降趋势,表面温度一直低于 心部温度。但是由于轧件变形的不均匀性出现一定 的波动,在温度下降到 897℃时,开始出现较大波 动,同时有较大上升幅度,这是由于轧件与模具的 接触面增大,塑性变形和摩擦力做功产生的热量大 于向外部辐射的热量;在精整段由于变形很小又开 始小斜率下降。

#### 4.3 轧制力能参数变化规律

齿轮成形过程中,确定模具与轧件间的轧制力 和轧制力矩是十分重要的。根据模具的受力情况, 可以合理地设计模具及改变环境参数,以求优化齿 轮成形。从图 8 齿轮轧制过程模具切向受力情况可 以看出,模具的切向力呈一定的交变状态,峰值随 着轧入量的增大而增大。在设定进给量时,第一步 进给量最大,此后每一步进给相等,最后一步最 小。从图中可以看到,第一步的切向力峰值最大, 最后一步最小,符合金属变形原理。切向力的交变 状态主要是由于轧制过程中模具与轧件接触点的变 化造成受力状态的变化。轧制径向力的变化与切向 不同,主要表现为 Y方向上的力基本上为正值, 虽有波动,但由于模具所受的皆为塑性变形的反作 用力,矢量方向与坐标轴相反,所以为正。其变化 趋势与切向力相同,即第一步及最后步分别为最大 和最小,中间较为平均,但呈现递减趋势,如图 9 所示。轧制力矩呈一定斜率递增,在精整成形阶段



during gear rolling

呈现变小的趋势,如图 10 所示,这是由于随着轧 制过程的进行,模具开始逐渐轧入到轧件中,轧件 与模具的接触面积增大,克服塑性变形及摩擦所需 要的力增大,因此轧制力矩呈一定斜度上升;进入 精整段后变形量很小,故轧制力矩慢慢减小。

## 5 结论

结合楔横轧制坯优势与齿轮范成加工原理,设 计了适于楔横轧齿轮制坯的模具,建立了齿轮轧制 成形热力耦合本构方程及有限元模型,该模型考虑 了轧制过程中变形场与温度场之间的耦合作用,以 SuperFom 为模拟平台进行了成形过程的数值模拟 并对结果进行了详细分析,总结了楔横轧齿轮轧制



图 10 齿轮轧制过程中模具的反力矩



过程中的力能参数、温度场、变形场等变化规律, 对正确认识齿轮轧制成形规律及指导实际生产具有 重要的参考价值。

#### 参考文献

- [1] 朱震午.齿轮的少无切削加工[M].北京:机械工业 出版社,1975.144
- [2] 孟凡中. 弹塑性有限变形理论和有限元方法[M].北京:清华大学出版社,1985.185
- [3] 刘建生,陈慧琴,郭晓霞.金属塑性加工有限元模拟 技术与应用[M].北京:冶金工业出版社,2003.86~ 95,100~110
- [4] MSC. Software Corporation. MSC SuperForm User's Guide [Z]. 2005

## Coupled Thermo-Mechanical Simulation of Gear Preforming Based on Finite Deformation Theory

Ying Fuqiang<sup>1</sup>, Pan Xiaoyong<sup>1, 2</sup>, Li Min<sup>1</sup>

 The MOE Key Laboratory of Mechanical Manufacture and Automation, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China; 2. Tuopu NVH R & D Center, Ningbo, Zhejiang 315800, China)

[Abstract] Gear preforming by cross wedge rolling is an original question for discussion, parameters such as deformation, temperature field and mechanical performance are looking forward to be researched. This paper ties the advantages of preforming by CWR and the principle of generated gear together, and the die suited for gear rolling has been designed. Based on the finite deformation theory, the coupled thermal-mechanical constitutive model of gear rolling by CWR has been established. Then FEM simulation for the forming process has been developed in MSC. SuperForm, and information gained from the simulation has been analyzed also in detail which provide references for further study of gear rolling by CWR technology.

[Key words] cross wedge rolling (CWR); gear; coupled thermo-mechanical; FEM

## 《中国工程科学》2007年第9卷第8期要目预告

催化裂化过程反应化学的进展	许友	好等
我国今后工程师分类框架设计	文	亮等
信息安全的系统观	… 林	代茂
自主创新 技术学习与产业竞争力		
的提高	卢	锐等
印度洋 8.7级与 8.5级地震的物理		
前兆	孙	威等
辩证论治艾滋病	王文	奎等
含腐蚀坑结构损伤演化评估过程	任克	亮等
港口集装箱码头轮胎式龙门吊		
优化调度研究	魏	众等
环境友好型全水压冲击凿岩机动		

力学建模与数值仿真	岳文辉等
航海船舶多维振动主动控制研究	陈修祥等
渠网恒定流及非恒定流数学模型	
的研究及应用	张明亮等
水电站装机容量的重新思考	熊开智等
循环网络模拟技术在土石方工程中	
的应用	胡程顺等
人工神经网络在弹体浸彻混凝土深度	
中的应用	李建光等
爆炸成型弹丸速度计算方法研究	赵慧英等
材料的一种新型应力应变模型	张于贤等
过渡区提取方法综述	刘锁兰等