基于灰色模糊数的公交线网优化研究

邓 卫,胡启洲
(东南大学交通学院,南京 210096)

[摘要] 在考虑信息不完全的情况下,用灰色模糊数对公交线网优化问题进行了研究。在给出了公交线网优化的约束条件与优化目标的基础上,利用灰色模糊数建立了公交线网优化的决策模型。灰色模糊数是用三参数区间参与优化过程,在允许参数在一定范围内变化的情况下,计算后得到的结果是一个区间向量,其中向量值最大的为所求结果,适用于城市公交线网的优化问题。实例应用分析表明,优化后的公交线网效率提高,可达性良好,可满足城市公交可持续发展的要求。

[关键词] 公交线网;优化;灰色模糊数

[中图分类号] U491.1+3 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2007)11-00021-05

1 引言

公交线网优化不仅要符合城市当前客流分布的规律,而且要反映城市未来发展的交通变化,所以公交线网的优化是一个复杂的过程,存在许多不确定因素,很难用定量分析来建立一个定量优化模型,即具有不确定性和模糊性。目前存在许多关于公交线网优化的定量模型[1~3],这些成果对城市公交线网体系优化做出了重要的贡献,但这些模型也有不够完美的地方,即没有考虑公交线路的共线,线路的发车频率以及资金最佳利用等问题[4~6]。在公交线网优化中也不易基于大量数据的方法进行优选,因为有些信息是已知的,有些信息是未知的,还有一些是介于已知和未知之间的“灰色信息”。而灰色系统的差异信息原理、解的非唯一性原理等,比较适合于解决公交线网优化中遇到的信息不完全问题。所以公交线网优化是一个同时具有灰色性和模糊性的问题,可用系统科学的知识,在定量分析的基础上,利用灰色模糊数进行优化建模。由于灰色模糊数是在信息不完全的情况下对有模糊因素的事物进行优化决策,不像通常的优化那样采用一个固定的数值,是一个区间参与了优化决策,允许参数在一定范围内变化,计算后得到的结果是一个区间数的向量,其中向量值最大的为所求结果,适合于城市公交线网优化决策的研究。

2 问题分析

公交线网优化是以公交乘客分布量为依据,以方便居民出行为目的,在兼顾公交企业利益的基础上,用现代化的交通规划理论,在现有城市道路系统和公共交通运力的基础上,对城市公交线网进行合理布局,对现有公交运力进行优化组合,最大程度地发挥系统的最佳效益,最终目的是为城市居民提供安全、高效、经济、方便和舒适的出行服务,提高公交运营效率,促进公交的发展,因此还要建立良好的城市交通环境,推动土地的开发利用。所以在对城市公交线网系统综合分析的基础上,结合各城市的具体情况,提出了以居民出行时间、线网覆盖率、乘客直达率、线网效率、线网日均满载率、公交企业效益作为公交线网优化的目标函数。根据文献[1~6]的研究成果可知,6个目标函数的取值区间如表1所示。

[收稿日期] 2006-10-08;修回日期 2006-11-17

[基金项目] 国家重点基础研究发展资助项目(2006CB705500)

[作者简介] 邓 卫(1966-),男,江苏南京市人,博士,东南大学教授,博士生导师,从事城市交通规划研究

表1　目标函数的区间值

Table 1　The interval value of objective function

目标函数	居民总出行时间/min	线网覆盖率/%	乘客直达率/%	线网效率/%	线网日均满载率/%	公交企业效益/人数·车数$^{-1}$
$[\alpha_j^l, \alpha_j^u]$	[25,60]	[56,78]	[79,92]	[58,87]	[36,81]	[800,1 200]

2.1　优化目标的函数表示

为了对城市公交系统进行定量评价研究,利用主成分分析法选取以下6个指标作为优化目标。

- 乘客平均总出行时间:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 \tag{1}$$

- 乘客直达率[1]:

$$x = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} k_{ij} \Big/ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} D_{ij} \tag{2}$$

- 线网日均满载率[2]:

$$y = \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{n-1} q_{i,i+1,k}L_{i,i+1,k} \Big/ \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{n-1} q_{0,i,i+1,k}L_{i,i+1,k} \tag{3}$$

- 线网覆盖率(有公交的道路总长与可通行路网道路总长之比)[4]:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{m} l_{\mathrm{R}i} \Big/ \sum_{i=1}^{m} l_{\mathrm{A}i} \tag{4}$$

- 公交企业经济效益(每日产出的总人公里与每日投入的总车公里之比)[1]:

$$\gamma = \sum_{L_{\mathrm{s,t}}\in \mathrm{LG}} L_{\mathrm{s,t}}q_{\mathrm{s,t}} \Big/ \sum_{L_{\mathrm{s,t}}\in \mathrm{LG}} L_{\mathrm{s,t}}K_{\mathrm{s,t}} \tag{5}$$

- 线网效率(线网的系统效益与线网的系统费用之比)[4]:

$$z = \sum_{i,j,k\in R} q_{i,j,k}\delta_{i,j,k} \Big/ \sum_{k\in R} l_k \tag{6}$$

符号说明:T_1 为乘客从出发地到车站的平均步行时间;T_2 为车站候车的平均时间;T_3 为中转换乘的平均时间;T_4 为车辆行驶的平均时间;T_5 为乘客下车后步行到达目的地的平均时间;m 为交通小区总数;n 为通行公交车辆的道路网结点数;N 为公交线路数;$l_{\mathrm{R}i}$为第 i 个小区公交路线长度;$l_{\mathrm{A}i}$为第 i 个小区道路网长度;$K_{\mathrm{s,t}}$为公交节点 s 至 t 的车流量;$q_{\mathrm{s,t}}$为公交节点 s 至 t 的客流量;$q_{i,j,k}$为线路 k 从站点 i 至 j 的客流量;l_k 为线路 k 的长度;k_{ij}为线路起终点(i, j)之间的直达乘客量(人次);D_{ij}为交通小区 i 与 j 间的 OD 量(人次);$q_{i,i+1,k}$为第 k 条线路的节点 i 至 $i+1$ 路段的客流量(人次);$q_{0,i,i+1,k}$为第 k 条线路的节点 i 至 $i+1$ 路段的车容量;$L_{i,i+1,k}$为第 k 条线路的节点 i 至 $i+1$ 路段客流量间的距离(km);$L_{s,t}$为同一线路中公交两相邻终点 s 至结点 t 的距离;$\delta_{i,j,k}$为经过节点 i 至 j 的客运需求量在路线 k 上的分配比例;LG 为优化方案中节点及路段构成的有向弧集。

2.2　主要约束条件的确定

公交线网优化是一个复杂的过程,考虑因素较多,所以在线网优化中必须要有一定的约束条件加以限制,否则其优化过程与实际情况会有很大差别。通过实际分析和现场调研,得到如下约束条件:**a**. 线路非直线系数不大于1.4;**b**. 线路的路段(客流量)不均匀系数不应大于1.5[5];**c**. 城市居民单程出行平均换乘次数不超过2次;**d**. 线路负载效率系数应达到60 %以上[6];**e**. 乘客平均步行时间应限制在5.14~8.44 min。

3　公交线网优化的灰色模糊原理

综合灰色数学和模糊数学的优点,提出了用三参数区间表示灰色模糊数。灰色模糊数是在信息不完全的情况下,对有模糊因素影响的事物或现象进行综合分析研究[7]。区间数的综合决策是用区间参与了分析过程,而不像通常评判采用一个固定的数值,这样可以允许参数在一定范围内变化,计算后得到的结果是一个区间数的向量,其中向量值最大的为所求的结果。因为在公交线网中既有已知的信息,也有未知的信息,而更多的是介于已知和未知之间的模糊信息,即灰色信息。因此灰色模糊数适用于城市公交线网的优化问题。

定义1　用三参数区间数表示灰色模糊数,记为 $A = [\mu_a^u, \mu_a^*, \mu_a^l]$,$0 \leqslant \mu_a^l \leqslant \mu_a^* \leqslant \mu_a^u \leqslant 1$,$\mu_a^u$,$\mu_a^l$ 分别表示区间数取值的上、下限,μ_a^* 表示区间数在此区间中取值可能性最大的数,称为区间数的重心[7]。对于用三参数区间数表示的灰色模糊数,有以下代数运算[7]:

- 加法运算:$[a^l, a^*, a^u] + [b^l, b^*, b^u] = [a^l + b^l, a^* + b^*, a^u + b^u]$;
- 减法运算:$[a^l, a^*, a^u] - [b^l, b^*, b^u] = [a^l - b^l, a^* - b^*, a^u - b^u]$;
- 乘法运算:$[a^l, a^*, a^u] \cdot [b^l, b^*, b^u] = [a^l \cdot b^l, a^* \cdot b^*, a^u \cdot b^u]$;

● 除法运算：$\frac{[a^{l},a^{*},a^{u}]}{[b^{l},b^{*},b^{u}]}=$

$$[a^{l},a^{*},a^{u}]\cdot\left[\frac{1}{b^{u}},\frac{1}{b^{*}},\frac{1}{b^{l}}\right];$$

● 倍数运算：当 $k\geqslant 0$ 时，

$$k[a^{l},a^{*},a^{u}]=[ka^{l},ka^{*},ka^{u}],$$

当 $k<0$ 时，

$$k[a^{l},a^{*},a^{u}]=[ka^{u},ka^{*},ka^{l}];$$

● 范数运算：设 $X=([a_1^{l},a_1^{*},a_1^{u}],[a_2^{l},a_2^{*},a_2^{u}],\cdots,[a_n^{l},a_n^{*},a_n^{u}])$ 是任意三参数区间数列向量，则称 $\|X\|=\max\{|a_1^{u}|,|a_2^{u}|,\cdots,|a_n^{u}|\}$ 为三参数区间数列 X 的范数。

3.1 建立决策矩阵

为了用灰色模糊数对公交线网进行优化决策分析，用函数对 6 个目标函数进行定量分析计算后，把计算得到的数值作为灰色模糊数的重心，然后依据表 1 即可知道目标函数的区间值，从而由重心和区间值构成城市公交线网优化的灰色模糊数。

某城市为了对现有公交线网系统进行优化调整，有关部门提出了 n 个待选的决策方案，记为 $A=\{A_1,A_2,A_3,\cdots,A_n\}$。以 6 个目标函数作为评价方案优劣的指标集，记为 $G=\{G_1,G_2,\cdots,G_6\}=\{$公交企业经济效益，线网覆盖率，线网效率，乘客直达率，乘客总出行时间，线网日均满载率$\}$。决策矩阵表示因素集与备选集之间的映射关系，即根据某个因素给出对象对备选集中各元素的隶属度，所以用灰色模糊数表示的决策矩阵为 $\boldsymbol{A}=([a_j^{l},a_{ij}^{*},a_j^{u}])_{n\times 6}$，其中 $[a_j^{l},a_{ij}^{*},a_j^{u}]$，$(i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,6)$ 为备选 A_i 对因素 G_j 的属性值，a_j^{l},a_j^{u} 分别为表 1 中对应的区间值，a_j^{*} 为相应目标函数计算值。由于 6 个目标函数的计算方法和量纲单位不同，无法进行统一度量，需将决策矩阵 $\boldsymbol{A}=([a_j^{l},a_{ij}^{*},a_j^{u}])_{n\times 6}$ 标准化处理。在 6 个目标函数中除乘客平均总出行时间为极小型指标外，其余均为极大型指标，所以通过下列方法把极小型指标变为极大型指标。

令 $[b_j^{l},b_j^{*},b_j^{u}]=\left[\frac{1}{a_j^{u}},\frac{1}{a_j^{*}},\frac{1}{a_j^{l}}\right]$，$j=5$，将决策矩阵 $\boldsymbol{A}=([a_j^{l},a_{ij}^{*},a_j^{u}])_{n\times 6}$ 进行标准化处理，则标准决策矩阵 $\boldsymbol{R}=$

$$\begin{pmatrix} [r_1^{l},r_{11}^{*},r_1^{u}] & [r_2^{l},r_{12}^{*},r_2^{u}] & \cdots & [r_6^{l},r_{16}^{*},r_6^{u}] \\ [r_1^{l},r_{21}^{*},r_1^{u}] & [r_2^{l},r_{22}^{*},r_2^{u}] & \cdots & [r_6^{l},r_{26}^{*},r_6^{u}] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [r_1^{l},r_{n1}^{*},r_1^{u}] & [r_2^{l},r_{n2}^{*},r_2^{u}] & \cdots & [r_6^{l},r_{n6}^{*},r_6^{u}] \end{pmatrix} \tag{7}$$

其中 $[r_{ij}^{l},r_{ij}^{*},r_{ij}^{u}]=[a_{ij}^{l},a_{ij}^{*},a_{ij}^{u}]/\|A_j\|$，$i=1,2,\cdots,n$；$j=1,2,3,4,5,6$，即为 $\boldsymbol{R}=([r_j^{l},r_{ij}^{*},r_j^{u}])_{n\times 6}$。

3.2 用熵权系数法确定权重向量

权重向量表示各影响因素在决策过程中的重要性程度。在决策中所获信息的多少是决策结果和可靠性大小的决定因素之一，在信息论中，熵是系统无序程度的度量，它可以度量数据所提供的信息量，因此可用熵来确定权重。

由信息论知识可知，第 j 个目标函数的熵为

$$H_j=-k\sum_{i=1}^{n}f_{ij}\ln f_{ij},\ j=1,2,\cdots,6 \tag{8}$$

其中 $f_{ij}=r_{ij}^{*}/\sum_{i=1}^{n}r_{ij}^{*}$，$j=1,2,\cdots,6$；$i=1,2,\cdots,n$；$k=1/\ln n$。

则第 j 个目标函数的熵权系数

$$w_j=(1-H_j)/\left(6-\sum_{j=1}^{6}H_j\right),\ j=1,2,\cdots,6 \tag{9}$$

即 6 个目标函数的权重向量

$$\boldsymbol{W}=(w_1\quad w_2\quad w_3\quad w_4\quad w_5\quad w_6)。$$

3.3 组合计算

根据权重向量 $\boldsymbol{W}$ 和标准决策矩阵 $\boldsymbol{R}$ 进行综合决策，得到的结果是一个由灰色模糊数构成的向量：

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6)\cdot \begin{pmatrix} [r_1^{l},r_{11}^{*},r_1^{u}] & [r_1^{l},r_{21}^{*},r_1^{u}] & \cdots & [r_1^{l},r_{n1}^{*},r_1^{u}] \\ [r_2^{l},r_{12}^{*},r_2^{u}] & [r_2^{l},r_{22}^{*},r_2^{u}] & \cdots & [r_2^{l},r_{n2}^{*},r_2^{u}] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [r_6^{l},r_{16}^{*},r_6^{u}] & [r_6^{l},r_{26}^{*},r_6^{u}] & \cdots & [r_6^{l},r_{n6}^{*},r_6^{u}] \end{pmatrix} = ([b_1^{l},b_1^{*},b_1^{u}],[b_2^{l},b_2^{*},b_2^{u}],\cdots,[b_n^{l},b_n^{*},b_n^{u}]) \tag{10}$$

3.4 灰色模糊数的排序

从灰色模糊数构成的向量中选出最优的方案，就需要将 $\boldsymbol{B}$ 中的各灰色模糊数按照一定的方法进行排序，得到的最优灰色模糊数对应的方案即为最优方案。

定义 2　设有两个灰色模糊数 $C=[c^{l},c^{*},c^{u}]$，$D=[d^{l},d^{*},d^{u}]$，且 $p_{cd}=\frac{c^{l}+c^{*}+c^{u}}{d^{l}+d^{*}+d^{u}}$，则

● 当 $c^{l}=d^{l},c^{*}=d^{*},c^{u}=d^{u}$ 同时成立时，称 C 与 D 相等，记为 $C=D$；

● 当 $c^{*}\neq d^{*}$ 且 $p_{cd}>0.5$ 时，认为 $C>D$；

● 当 $c^{*}\neq d^{*}$ 且 $p_{cd}=0.5$ 时，认为 C 等价于 D；

- 当 $c^* \neq d^*$ 且 $p_{cd} < 0.5$ 时,认为 $C < D$。

所以对 $\boldsymbol{B}$ 中的各灰色模糊数进行两两比较排序,得到以下的排序可能性矩阵:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \tag{11}$$

其中 p_{ij} 表示第 i 个灰色模糊数大于第 j 个灰色模糊数的可能性大小。通过此矩阵可以看出两方案的比较结果,然后便可以按照是否 $p_{ij} \geq 0.5$ 进行排序,得到最佳方案。

4 模型应用分析

2005 年某市根据现有的公交线路网络,在考虑城市发展的基础上,某交通研究所提出 4 种公交线网的优化调整方案 v_1, v_2, v_3, v_4,要求有关部门从中选出一种最佳的优化方案。根据所提供的数据,首先利用上述约束条件对 4 种方案进行考查,见表 2。

表 **2** 约束条件考查值

Table 2 The observe values of restricted conditions

实际约束数	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4
线路非直线系数	1.29	1.35	1.40	1.37
线路客流量不均匀系数	1.32	1.43	1.47	1.48
乘客年平均转换次数	1.80	2.20	1.90	2.00
线路负载效率系数	0.73	0.79	0.68	0.72
总步行距离/m	7.00	6.90	7.50	6.50

由表 2 可知,4 种优化方案都能满足城市公交线网优化的约束条件。按照上述 6 个目标函数的定义对各方案的指标进行考查,如表 3 所示。

表 **3** 指标考查值

Table 3 The observe values of indexes

方案	线网日均满载率/%	线网覆盖率/%	线网效率/%	乘客直达率/%	乘客出行时间/min	公交企业效益/人数· 车数 $^{-1}$
方案 1	[36,52,81]	[56,65,78]	[58,68,87]	[79,83,92]	[25,41,60]	[800,982,1 200]
方案 2	[36,63,81]	[56,62,78]	[58,73,87]	[79,86,92]	[25,52,60]	[800,1 082,1 200]
方案 3	[36,58,81]	[56,71,78]	[58,72,87]	[79,81,92]	[25,38,60]	[800,998,1 200]
方案 4	[36,71,81]	[56,67,78]	[58,78,87]	[79,85,92]	[25,48,60]	[800,1 068,1 200]

步骤 1 建立评价矩阵

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} [36,52,81] & [56,65,78] & [58,68,87] & [79,83,92] & [25,41,60] & [800,982,1\,200] \\ [36,63,81] & [56,62,78] & [58,73,87] & [79,86,92] & [25,52,60] & [800,1\,082,1\,200] \\ [36,58,81] & [56,71,78] & [58,72,87] & [79,81,92] & [25,38,60] & [800,998,1\,200] \\ [36,71,81] & [56,67,78] & [58,78,87] & [79,85,92] & [25,48,60] & [800,1068,1\,200] \end{bmatrix};$$

步骤 2 将决策矩阵标准化

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} [0.44,0.64,1] & [0.72,0.83,1] & [0.67,0.78,1] & [0.86,0.90,1] & [0.42,0.61,1] & [0.67,0.82,1] \\ [0.44,0.78,1] & [0.72,0.79,1] & [0.67,0.84,1] & [0.86,0.93,1] & [0.42,0.48,1] & [0.67,0.90,1] \\ [0.44,0.72,1] & [0.72,0.91,1] & [0.67,0.83,1] & [0.86,0.88,1] & [0.42,0.66,1] & [0.67,0.83,1] \\ [0.44,0.88,1] & [0.72,0.86,1] & [0.67,0.90,1] & [0.86,0.92,1] & [0.42,0.52,1] & [0.67,0.89,1] \end{bmatrix};$$

步骤 3 由式(9)知权重向量:

$\boldsymbol{W} = (0.209, 0.121, 0.137, 0.173, 0.215, 0.145)$;

步骤 4 由式(10)知灰色模糊向量:

$$\boldsymbol{B} = ([0.619\,0, 0.772\,6, 0.910\,3], [0.522\,0, 0.651\,1, 0.777\,4], [0.657\,3, 0.800\,4, 0.951\,3], [0.609\,5, 0.737\,6, 0.861\,0])$$

步骤 5 对各灰色模糊数进行两两排序比较,得排序可能性矩阵:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} — & 0.949\,5 & 0.183\,4 & 0.686\,2 \\ 0.106\,2 & — & 0.082\,8 & 0.298\,8 \\ 0.858\,1 & 0.999\,8 & — & 0.916\,2 \\ 0.283\,1 & 0.828\,3 & 0.092\,1 & — \end{bmatrix};$$

步骤 6 从矩阵 $\boldsymbol{P}$ 中可看出,$p_{12} = 0.949\,5$, $p_{31} = 0.858\,1$, $p_{14} = 0.686\,2$, $p_{32} = 0.999\,8$, $p_{42} = 0.828\,3$, $p_{34} = 0.916\,2$,因此 4 种方案的优劣排序为 v_3, v_1, v_4, v_2,方案 v_3 最佳。

5 结语

利用模糊原理和灰色系统的知识,对城市公交线网优化问题进行了研究。主要利用灰色模糊数对公交线网优化目标进行量化,并利用信息熵确定优化目标的权重系数,克服了以往公交线网优化中对于权重取值的主观性。由于公交线网优化属于多目标优化问题,所以利用灰色模糊数自身的性质进行向量排序,得到了最优方案。该模型与灰色优化模型[8,9]、灰色关联度优化模型[10]相比较,具有计算过程科学合理、使用方便等特点,有一定的实用价值。由于公交线网优化问题的复杂性,目前还没有一种能够被普遍接受的数学模型,对于灰色模糊数的优化模型尚需做进一步研究。

参考文献

[1] 王志栋. 公交线网优化模型的建立[J]. 大连铁道学院学报, 1997, 12(4): 31 ~ 34

[2] 胡启洲. 城市公交线网优化的理想决策法[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(1): 82 ~ 86

[3] 韩 印. 城市公交线网调整代化 PSO 算法[J]. 中国公路学报, 1997, 12(3): 100 ~ 105

[4] 王 炜. 城市公共交通系统规划方法与管理技术[M]. 北京: 科学出版社, 2002. 77 ~ 97

[5] 成镑文. 城市公共交通线网优化设计模型和方法[J]. 系统工程理论和实践,1990, (7):72 ~ 77

[6] 赵志峰. 城市公共交通线路网规划方法[J]. 上海交通大学学报, 1988, 22(6): 63 ~ 77

[7] 卜广志. 基于三参数区间数的灰色模糊综合评判[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(9): 43 ~ 45

[8] 刘家学. 带有方案偏好信息的多指标决策法[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(1): 4 ~ 7

[9] 刘家学,黄德成. 无信息多指标决策的层次——关联优化模型[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(12): 7 ~ 10

[10] 钱 钢. 三种基于理想点的不确定多属性决策优化模型[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(5): 1 ~ 3

Study on the Optimization of Public Traffic Line Network Based on Grey Fuzzy Numbers and Its Application

Deng Wei, Hu Qizhou

(*School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China*)

[**Abstract**] On the basis of considering each factor of urban public traffic line network, the decision-making method for the optimization of urban public traffic line network is set up by grey theory and fuzzy theory. This paper proposes to use interval numbers of three parameters to present grey fuzzy numbers. A comprehensive optimization method for urban public traffic line network is given by using theories above. It was applied to the practical optimization of urban public traffic line network in the city. Applied results indicate that the method improves the efficiency of urban public traffic line network.

[**Key words**] public traffic line network; optimization; grey fuzzy numbers