

# 改进的阈值法在毫米波目标辐射信号去噪中的应用

范庆辉,李兴国

(南京理工大学毫米波光波近感技术研究所,南京 210094)

**[摘要]** 根据毫米波目标辐射信号小波变换的特征,使用非负小波系数作信号的小波系数,对于确定的阈值,令小于阈值的小波系数为零,大于阈值的小波系数减去常数  $a$ ,利用信号的方差函数推导了  $a$  的取值方法,实验表明该方法有良好的去除毫米波目标辐射信号噪声的能力。

**[关键词]** 毫米波目标辐射信号;硬阈值法;软阈值法;均方差;贝叶斯阈值

**[中图分类号]** TN911.72 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2008)07-0057-05

## 1 前言

近年来,毫米波被动成像技术引起了军事部门和相关科学研究部门的极大兴趣。被动毫米波成像系统采集到的毫米波目标辐射信号存在着较大的噪声,在使用此信号成像前,要对其进行去噪处理。近年来,随着小波变换理论地迅速发展,小波变换广泛应用到图像压缩、特征提取、数据融合和信号去噪等方面。由于小波去噪是根据信号和噪声在不同尺度上有不同性质的机理,构造相应规则,在小波域采用数学方法对含噪信号的小波系数进行处理<sup>[1]</sup>,因此小波去噪可以获得良好的结果。

在小波去噪算法中,阈值法以其去噪效果好,易编程实现而广泛应用到图像及信号的去噪中。常用的阈值法有:硬阈值法和软阈值法<sup>[2,3]</sup>,对于硬阈值处理,是把信号的小波系数绝对值与阈值进行比较,小于或等于阈值的点变为零,大于阈值的点不变;软阈值处理把信号的小波系数绝对值与阈值进行比较,当小波系数的绝对值小于或等于阈值时,令其为零,大于阈值的小波系数值向零收缩,为该值与阈值之差。由此可见对于确定的阈值,使用硬阈值函数后的小波系数含有噪声,使用软阈值函数后的小波系数与含噪信号的小波系数存在恒定的偏差<sup>[4]</sup>,所以这两种方法都得不到最佳去噪结果。

阈值去噪算法中,阈值的确定和阈值函数选取

是两个最基本的问题。阈值的选取直接影响去噪的效果,阈值函数体现了对小波系数的处理策略。阈值确定后,使用合适的阈值函数才能达到最优的去噪效果。笔者分析了毫米波目标辐射信号小波系数的特征,提出使用非负小波系数代替信号的小波系数。对于确定的阈值,小于阈值的小波系数为零,大于阈值的小波系数减去常数  $a$ ,使重构信号与原始信号的均方差最小(噪声功率最小),推导了  $a$  的取值方法。

## 2 辐射计信号的小波分析

毫米波辐射计是一种高灵敏度无线电接收系统,它利用物体在毫米波段的辐射特性差异来探测目标。一般来说,物质的电特性对其辐射特性影响较大,相对介电常数较高的物质,发射率较小,反射系数高。金属导体是良好的反射器,其发射率近似为零,而地面发射率很高,为 0.935 左右。因此,放在地面上的金属无论实际温度多高,其表观温度近似为零,与地面有较高的温度对比度  $\Delta T_r$ ,检测  $\Delta T_r$  就能探测及识别地面金属目标<sup>[5]</sup>。图 1 为  $3\text{ m} \times 6\text{ m}$  长方形目标,在高度  $H$  为 110~160 m 辐射计的目标信号仿真波形。图 2 表示高度 110 m 时毫米波目标辐射信号的仿真波形。

使用 db5 分析毫米波辐射信号,对得到的小波系数研究发现:毫米波辐射信号的负小波系数非常

**[收稿日期]** 2007-01-29; **修回日期** 2007-09-09

**[作者简介]** 范庆辉(1979-),男,河北献县人,南京理工大学博士生,研究方向为毫米波探测及目标识别;李兴国(1940-),男,云南嵩明县人,南京理工大学教授,博士生导师,主要研究方向为毫米波精确探测及目标识别

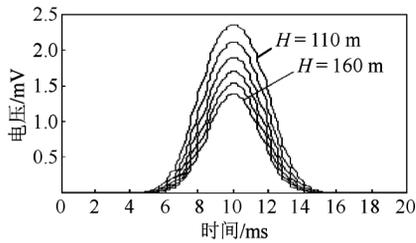


图 1 不同高度仿真波形

Fig.1 Simulation waveform at different heights

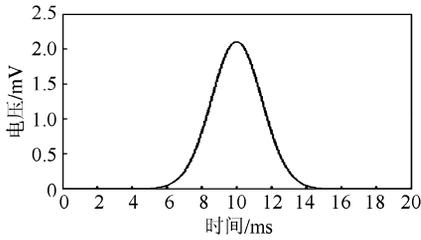


图 2 H=110 m 的仿真波形

Fig.2 Simulation waveform at H=110

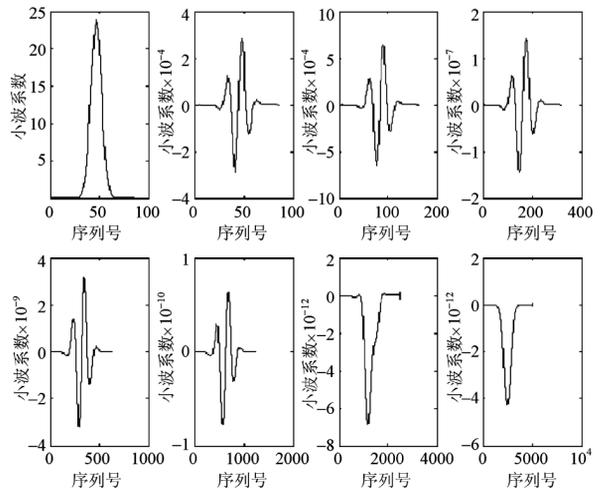


图 3 各层小波系数

Fig.3 Wavelet coefficients of each layer

小,令负值系数为零得到非负小波系数,使用非负小波系数重构的信号与原信号差别很小,所以可以用毫米波辐射信号的非负小波系数代替毫米波辐射信号的小波系数。如高度为 110 m 的模拟辐射计信号使用 db5 小波进行 7 尺度分解得到图 3 所示的图形,可见负的小波系数与零比较接近,令这些负的小波系数为零,重构后的信号与原信号的差别很小(见图 4),均方差为  $3.544 6 \times 10^{-11}$ ,如图 5 所示。图 6 给出了图 1 中 6 种信号的重构信号的均方差的变化,由图 6 可见均方差都在  $10^{-10}$  以内。

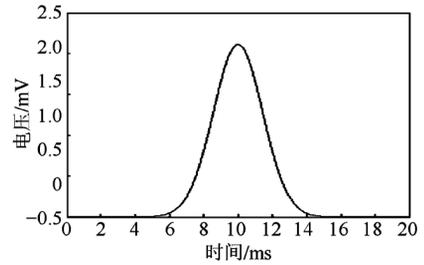


图 4 以非负小波系数重构波形

Fig.4 Reconstruction waveform of non-negative coefficient

### 3 阈值法去噪

假设已经获得的观测公式为

$$y_i = x_i + n_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中  $n_i$  是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声,且与期望信号  $x_i$  不相关,  $y_i$  为观测值。使用阈值法将  $x_i$  从  $y_i$  中恢复出来。

1) 计算含噪信号的正交小波变换,选择合适的小波和小波分解层数  $j$ ,将含噪信号进行小波分解至  $j$  层,得到相应的小波分解系数。

2) 对分解所得的小波系数进行阈值处理。

硬阈值函数法:

$$Y_{j,k} = \begin{cases} Y_{j,k}, & |Y_{j,k}| \geq \lambda; \\ 0, & |Y_{j,k}| < \lambda. \end{cases}$$

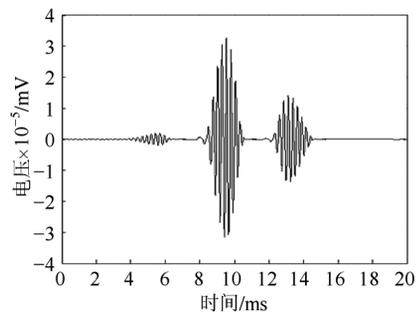


图 5 误差曲线

Fig.5 The error curve

软阈值函数法:

$$Y_{j,k} = \begin{cases} \text{Sgn}(Y_{j,k})(|Y_{j,k}| - \lambda), & |Y_{j,k}| \geq \lambda; \\ 0, & |Y_{j,k}| < \lambda. \end{cases}$$

3) 进行小波逆变换。由经阈值处理过的小波系数按重构公式进行重构,得到恢复的原始信号的估计值<sup>[1]</sup>。

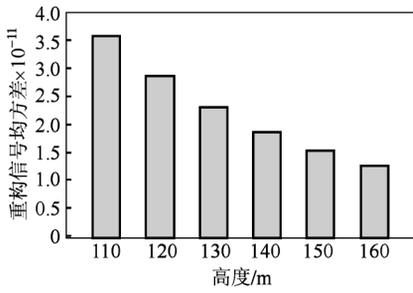


图6 重构信号的均方差

Fig.6 MSE of the reconstruction signal

由硬阈值(软阈值)法去噪的过程可以看出:对于确定的阈值,使用硬阈值函数后的小波系数上还含有噪声;使用软阈值函数后的小波系数与含噪声信号的小波系数之间存在恒定的偏差。阈值确定后,使用此两种方法去除毫米波辐射信号中的噪声,均得不到最佳的去噪效果。

在阈值确定时,结合前面研究的毫米波目标辐射信号的小波系数特征,为使去噪效果达到最优,可以将阈值函数修改为

$$Y_{j,k} = \begin{cases} Y_{j,k} - a, & Y_{j,k} \geq \lambda; \\ 0, & Y_{j,k} < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

$a$  为一常数。

#### 4 参数 $a$ 的确定

若式(1)中的信号为毫米波目标辐射信号,噪声是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。对式(1)做正交小波变换,因为正交小波变换是线性变换,所以结合式(2)有  $Y = V + N$ ,  $Y$ ,  $V$ ,  $N$  分别表示观测  $y$ 、信号  $x$ 、噪声  $n$  的正交小波变换。同理有  $Y = X + N$ , 其中

$$X(i) = \begin{cases} X(i), & Y(i) \geq \text{thr}; \\ 0, & Y(i) < \text{thr} \end{cases} \quad (3)$$

$$N(i) = \begin{cases} N(i) - a, & Y(i) \geq \text{thr}; \\ 0, & Y(i) < \text{thr} \end{cases} \quad (4)$$

同样有  $y = x + n$ , 其中  $y$ ,  $x$  和  $n$  分别由  $Y$ ,  $X$  和  $N$  重构。

参考文献[6]将重构信号  $y$  的均方差定义为  $E\{(y-x)^2\}$ , 它反映了去噪后信号中噪声功率的大小,其值越小,噪声功率越小,信噪比越高。可见要达到最大的信噪比,就要取合适的  $a$ , 使重构的信号  $y$  均方差(MSE)最小。即:

$$\begin{aligned} E\{s^2\} &= E\{(y-x)^2\} = \\ &= E\{(y)^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{yx\} = \\ &= E\{(y)^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{(x+n)x\} = \\ &= E\{(y)^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{xx\} - 2E\{xn\} = \\ &= E\{(y)^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{xx\} \end{aligned} \quad (5)$$

上面推导利用了  $E\{xn\} = 0$ 。

设  $\Delta x = x - x$ , 则式(5)可以写成

$$\begin{aligned} E\{s^2\} &= E\{(y)^2\} + E\{(x + \Delta x)^2\} - \\ &= 2E\{(x + \Delta x)x\} = E\{(y)^2\} - \\ &= E\{(x)^2\} + E\{(\Delta x)^2\} \end{aligned} \quad (6)$$

$\Delta x$  表示  $x$  与  $x$  的误差,这个误差是将绝对值小于阈值的信号的小波系数令为零而产生。从去噪的角度而言,  $x$  是  $x$  的一个最优的估计,可见  $\Delta x$  的能量趋于零,即  $E\{(\Delta x)^2\} \approx 0$ , 则式(6)可简化为

$$E\{s^2\} \approx E\{(y)^2\} - E\{(x)^2\} = E\{(N)^2\} \quad (7)$$

由单位正交小波变换及式(4)可得

$$E\{s^2\} = E\{(N)^2\} \quad (8)$$

可见重构信号的均方差最小,相当于  $E\{(N)\}$  最小。

由于是单位正交变换,  $N$  仍是方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。假设  $N$  的长度为  $m$ , 其中有  $k$  点被置为零, 它们组成序列  $N_1$ , 剩下的  $m-k$  点组成序列  $N_2$ 。则

$$E\{(N)^2\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i) - a)^2,$$

若使  $f(a)$  最小, 则  $E\{(N)^2\}$  最小。

下面考虑使  $E\{(N)^2\}$  最小时  $a$  的值。

$$\begin{aligned} E\{(N)^2\} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2 - 2aN_2(i) + a^2 = \\ &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2 - 2 \frac{m-k}{m} aE\{N_2\} + \frac{m-k}{m} a^2 = \\ &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2 + \frac{m-k}{m} (E\{N_2\} - a)^2 - \\ &= \frac{m-k}{m} (E\{N_2\})^2 \end{aligned}$$

由于对于确定的噪声的小波系数  $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2$  和  $E\{N_2\}$  都是确定的值, 要使  $E\{(N)^2\}$  最小, 则  $(E\{N_2\} - a)^2$  最小, 即  $a = E\{N_2\}$ 。

再由  $E(N) \cong 0$  及  $E(N) = kE(N_1)/m + (m-k)E(N_2)/m$  可得

$$E\{N_2\} = kE\{N_1\}/(m-k), \text{ 即 } a = kE\{N_1\}/(m-k).$$

## 5 实验结果

首先使用 db5 小波将含噪的毫米波辐射信号进行 7 尺度分解;再对分解得到的小波系数使用软、硬阈值法及笔者算法进行处理(阈值使用 BayesShrink 阈值<sup>[7]</sup>, BayesShrink 阈值为  $\text{thr}(\alpha) = \hat{\alpha}_k/\alpha$ , 其中噪声方差  $\hat{\alpha}_k$  的估计为  $\hat{\alpha}_k = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y_k^2$ , 信号方差  $\hat{\alpha}$  的估计为  $\hat{\alpha} = (\max(\hat{\alpha}_k - \hat{\delta}^2, 0))^{1/2}$ ,  $\hat{\delta}^2 = \text{median}(|Y_k|)/C$ ,  $C=0.6745$ ;最后将阈值法处理过的小波系数进行重构,得到去噪的毫米波辐射信号。

图 7(b)表示信噪比为 9.974 2 dB 的含噪信号,使用所提的方法去噪后重构信号的信噪比可达 30.464 6 dB,去噪重构信号如图 7(c)所示;图 7(d)表示去噪后重构信号与原始信号的误差曲线,可见去噪后重构信号与原始信号差别很小。

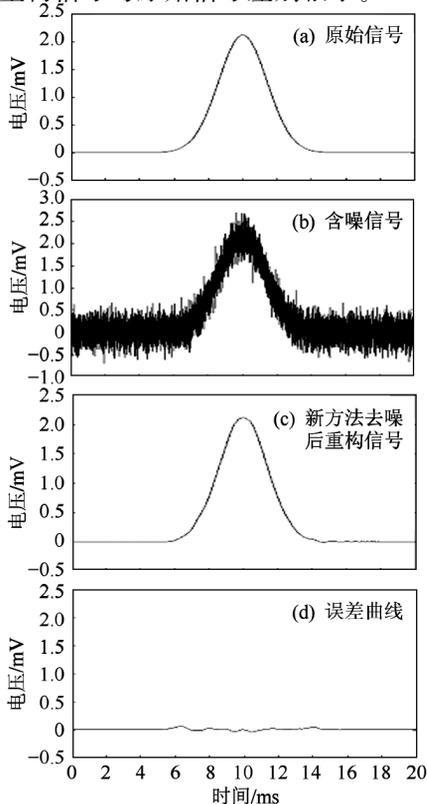


图 7 新方法去噪结果

Fig.7 Denoising results using the new method

图 8 的横坐标为信号的信噪比,纵坐标是去噪后重构信号的信噪比,由图 8 可以看出,所提的方法在信号的信噪比大于 11.187 dB 时,用所提的方法去噪后重构信号的信噪比比用硬阈值法去噪后重构信号的信噪比高 0.5 dB;信号的信噪比小于 11.187 dB 时,所提的方法去噪后重构信号的信噪比比软阈值法、硬阈值法去噪后重构信号的信噪比有了明显的提高。

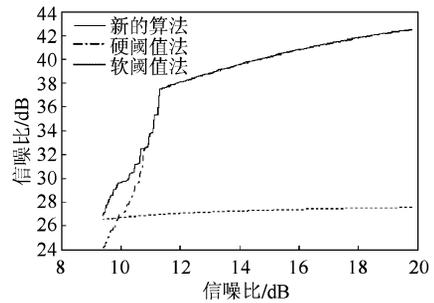


图 8 不同信噪比信号的去噪结果

Fig.8 Denoising results of different SNR

## 6 结语

阈值确定和阈值函数选取是阈值法去噪算法的 2 个最基本问题,对于确定的阈值、合适的阈值函数才能获得好的去噪结果,在分析了毫米波目标辐射信号的小波系数的特征后,提出使用非负的小波系数代替毫米波目标辐射信号小波系数;对于确定的阈值,利用重构信号与原信号的方差函数推导了非负小波系数的最优阈值去噪方法。用此方法去除毫米波目标辐射信号中的噪声,获得了较好的去噪结果。

## 参考文献

- [1] 潘泉,张磊,孟晋丽,等.小波滤波方法及应用[M].北京:清华大学出版社,2005
- [2] 潘泉,孟晋丽,张磊,等.小波滤波方法及应用[J].电子与信息学报.2007,29(1):236-242
- [3] Donoho D. Denoising by soft-thresholding [J]. IEEE Trans on IT, 1995, 41(3): 613-627
- [4] Bruce A G, Gao Hongye. Understanding wave shrink: Variance and bias estimation [J]. Biometrika, 1996, 83(4): 727-746
- [5] 李兴国.毫米波近感技术及其应用.北京:国防工业出版社,1991
- [6] 张磊,潘泉,张洪才,等.小波域滤波阈值参数 c 的选取[J].电子学报,2001,29(3):400-402
- [7] 胡海平,莫玉龙.基于贝叶斯估计的小波阈值图像降噪方法[J].红外与毫米波学报,2002,21(1):74-76

# The application of advanced threshold denoising to the MMW target radiation signal

Fan Qinghui, Li Xingguo

(Institute of Near-sensing Tech. with Millimeter-wave & Optical-wave, NUST, Nanjing 210094, China)

**[Abstract]** In this paper based on the characteristics of millimeter wave radiation signal for wavelet transform, non-negative wavelet coefficient is used as the wavelet coefficient of the signal. For a given threshold value, the wavelet coefficient which is smaller than the threshold is set zero and the wavelet coefficient which is larger than the threshold is set the difference between the coefficient and a constant  $a$ . The method for valuing  $a$  is inferred by the variance function of signal, and the experiments show that it has good ability of removing the noise in MMW target radiation signal.

**[Key words]** MMW target radiation signal; hard wavelet denoising; soft wavelet denoising; MSE; Bayes shrink

(上接 140 页)

## 参考文献

- [1] Saaty T L. Multicriteria Decision Making [M]. RWS Publications, Pittsburgh, PA, 1990
- [2] 方德斌, 王先甲, 胡志根. 过水围堰施工导流联合泄流管理决策支持系统[J]. 中国工程科学, 2003, 5(1): 62-68
- [3] 钟登华, 毛寨汉, 刘东海. 施工导流方案的多目标总体综合评价方法[J]. 水利水电技术, 2002, 33(5): 17-20
- [4] 胡志根, 刘全, 贺昌海, 等. 水利水电工程施工初期导流标准

- 多目标风险决策研究[J]. 中国工程科学, 2001, 3(8): 58-63
- [5] 刘全. 施工导流风险分析与施工过程仿真的可视化研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2003
- [6] 胡志根, 刘全, 贺昌海, 等. 基于 Monte-Carlo 方法的土石围堰挡水导流风险分析[J]. 水科学进展, 2002, 13(5): 634-638
- [7] Jee Dong Hyun, Kang Kiju. A method for optimal material selection aided with decision making theory [J]. Materials and Design, 2000, 21(3): 199-206

# Multi-objective decision model for construction diversion schemes based on utility

Fan Xi'e<sup>1,2</sup>, Hu Zhigen<sup>1</sup>, Liu Quan<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resource and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Development and Reform Commission of Jinshan District, Shanghai 200540, China)

**[Abstract]** Based on the relation between the choice of diversion schemes and the investment cost, period, risk, its risk loss of diversion structure, the paper puts forward the utility function of decision makers. When calculating three decision indexes of risk, period and utility of risk loss, this paper presents a multi-objective decision-making method for diversion schemes considering the utility of risk loss by applying multi-objective decision-making theory. The case study shows that the result of decision making by the multi-objective decision model based on utility reflects the decision maker's favor to his risk preference and his fullest satisfaction.

**[Key words]** diversion scheme; utility losing; multi-objective decision; risk preference