

斜阶跃信号激励下耦合 RLC 互连线时延估计

李 鑫¹, Janet M Wang², 唐卫清³, 吴慧中¹

(1. 中国航天科技集团公司第五研究院第 508 研究所, 北京 100076;
2. 南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094; 2. 亚利桑那大学电子工程系,
美国亚利桑那州 AZ8742; 3. 中国科学院计算技术研究所, 北京 100080)

[摘要] 考虑实际电路中激励信号不理想对耦合互连线时延分析的影响, 建立了斜阶跃信号激励下的互连线时延模型, 提出了一种基于耦合 RLC 互连线的时延分析方法。该方法对已有的解耦算法进行了改进, 将斜阶跃信号激励下的耦合互连线模型在线元分析阶段进行解耦, 并结合二阶矩模型及改进的一阶模型对互连线的传递函数进行化简, 进而给出耦合互连线的时延估计表达式。实验结果表明, 互连线时延估计方法可以对耦合 RLC 互连线模型的时延进行有效评估。

[关键词] 斜阶跃信号; 耦合 RLC 互连线; 时延估计; 解耦; 二阶矩模型; 改进的一阶模型

[中图分类号] TP391 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2008)11-0059-06

1 前言

大规模集成电路发展到深亚微米时代以后, 技术的进步和特征尺寸的缩小导致互连线横截面和线间距减小、互连线密度以及互连引线层数增加, 互连线的寄生耦合效应将会严重影响电路性能, 其中互连时延已成为决定集成电路传输性能、可靠性等方面的关键因素之一。目前, 随着 VLSI 芯片加工工艺的发展, 互连时延已经超过门时延成为电路时延的主要部分, 因此大规模集成电路的设计与分析必须考虑互连时延的影响, 提出准确、高效、简洁的互连线时延估计模型具有重要意义。

长久以来 Elmore 时延模型^[1]一直是进行互连线时延估计的主流模型。该模型是输入理想阶跃信号的一阶 RC 时延估计, 但随着互连线特征尺寸的减小, 电感耦合所导致的互连时延使互连问题更趋严重, 此时仅通过 Elmore 模型进行时延估计会产生较大误差^[2]。因此进行互连线时延估计时电感的作用不能忽略, 目前已有学者提出了基于 RLC 互连

线的等效 Elmore 时延模型^[2,3]。

但以上时延估计模型的前提均为输入信号是理想阶跃信号, 而实际电路中信号总有一定的上升或下降时间, 此时以上时延模型就会产生较大误差。文献[4]提出了斜阶跃信号激励下时延模型的概念, 不足之处在于所得模型较为复杂, 且仅用于单根互连线, 而没有考虑互连线的寄生耦合效应。针对耦合 RLC 互连线进行分析, 将斜阶跃信号激励下的耦合互连线模型在线元分析阶段进行解耦, 结合二阶矩模型及改进的一阶模型^[5]对互连线的传递函数进行化简, 进而给出简洁的耦合互连线时延估计表达式。实验结果与 PSPICE 时延仿真比较, 误差保持在 5% 以内, 表明文章提出的互连线时延估计方法可以对耦合 RLC 互连线模型的时延进行有效评估。

2 斜阶跃激励下耦合互连线时延分析

2.1 耦合 RLC 互连线模型

对 CMOS 电路器件进行线性假设, 即驱动器端有驱动电阻, 负载端有负载电容。将互连线分为相

[收稿日期] 2007-06-29; **[修回日期]** 2007-12-10

[作者简介] 李 鑫(1983-), 男, 江苏徐州市人, 南京理工大学博士研究生, 主要研究方向为现代仿真实理论与方法

当数量的互连线元,并对每段线元使用混 π 模型,随着线元数趋于无穷,即可利用集总参数模型得到分布参数理论。

耦合互连线的 RLC 集总模型如图 1 所示,1 为攻击线,2 为受害线。其中,I 为激励信号 V_s 和驱动电阻 R_s ;II 为互连线的等效集总电路部分;由 n 个线元构成;III 为负载电容 C_l ; c_c 为单位长度耦合电容; c_g 为单位长度接地电容; r 为单位长度电阻; l 为单位长度电感; l_m 为单位长度互感; $dx = h/n$ 为每个线元的长度; h 为互连线的长度。

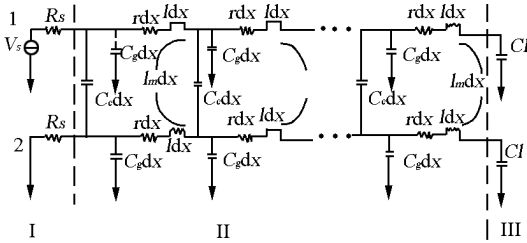


图 1 耦合 RLC 互连线集总模型

Fig. 1 Coupled RLC interconnects lump model

2.2 耦合 RLC 互连线模型解耦

现取图 1 中 II 部分任意一段线元进行研究,令 $V_{i1}, I_{i1}, V_{o1}, I_{o1}$ 分别为攻击线的近端电压电流和远端电压电流, $V_{i2}, I_{i2}, V_{o2}, I_{o2}$ 为受害线的近端电压电流和远端电压电流。根据基尔霍夫定律可得该线元复频域的系统方程^[6]:

$$\varphi_i = E\varphi_o \quad (1)$$

其中,

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (r + sl)dx & sl_m dx \\ 0 & 1 & sl_m dx & (r + sl)dx \\ s(c_g + c_c)dx & -sc_c dx & 1 & 0 \\ -sc_c dx & s(c_g + c_c)dx & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_i = [V_{i1}, V_{i2}, I_{i1}, I_{i2}]^T$$

$$\varphi_o = [V_{o1}, V_{o2}, I_{o1}, I_{o2}]^T$$

为对耦合线进行解耦^[7,8],引入变换矩阵 M :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

利用 M 进行变换可得解耦后线元的复频域系统方程:

$$\varphi'_i = E'\varphi'_o \quad (3)$$

其中,

$$\varphi'_i = [V'_{i1}, V'_{i2}, I'_{i1}, I'_{i2}]^T = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix} \varphi_i$$

$$\varphi'_o = [V'_{o1}, V'_{o2}, I'_{o1}, I'_{o2}]^T = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix} \varphi_o$$

$$E' = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$$

以 φ'_i 为输入, φ'_o 为输出建立新的线元系统如图 2 所示,此时原本耦合的线元解耦为两条独立的互连线元。

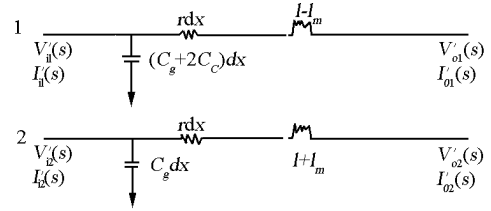


图 2 解耦后的 RLC 线元模型

Fig. 2 Decoupling RLC segment model

此时取图 2 线元系统的攻击线 1 进行分析,其传输矩阵为

$$E'_1 = \begin{bmatrix} 1 & (r + s(l - l_m))dx \\ s(c_g + 2c_c)dx & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

引入变换矩阵 D ,通过对角变换使传输矩阵 E'_1 对角化为矩阵 F :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{r + s(l - l_m)}{\theta_1} & -\frac{r + s(l - l_m)}{\theta_1} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 + \theta_1 dx & 0 \\ 0 & 1 - \theta_1 dx \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, $\theta_1 = \sqrt{(r + s(l - l_m))s(c_g + 2c_c)}$ 。

对其余 $n - 1$ 个线元进行同样的解耦操作,并将各段线元级联,此时整个耦合 RLC 互连线集总电路部分解耦为两条独立的互连线,各段线元级联后攻击线 II 部分的传输矩阵为

$$E'^n = DF^n D^{-1} \quad (7)$$

为对式(7)进行化简引入式(8),化简后可得式(9)方程。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x \quad (8)$$

$$E'^n = DF^n D^{-1} = D \begin{bmatrix} e^{\theta_1 h} & 0 \\ 0 & e^{-\theta_1 h} \end{bmatrix} D^{-1} \quad (9)$$

考虑攻击线的边界条件^[9],分别得图 1 中攻击线 I, III 部分的传输矩阵:

$$E'_i = \begin{bmatrix} 1 & R_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$E'_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_l & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

将式(9),(10),(11)级联即得解耦后 RLC 互连线集总模型的攻击线传输矩阵,其复频域系统方程为

$$\begin{bmatrix} V'_{o1} \\ V'_{o2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_{i1} \\ V'_{i2} \end{bmatrix} \quad (12) \quad \text{其中,}$$

$$H_1 = \frac{1}{(1 + sC_l R_s) \cos h(\theta_1 h) + \left(\frac{\theta_1 R_s}{r + s(l - l_m)} + \frac{sC_l(r + s(l - l_m))}{\theta_1} \right) \sin h(\theta_1 h)}$$

$$H_2 = \frac{1}{(1 + sC_l R_s) \cos h(\theta_2 h) + \left(\frac{\theta_2 R_s}{r + s(l + l_m)} + \frac{sC_l(r + s(l + l_m))}{\theta_2} \right) \sin h(\theta_2 h)}$$

$$\theta_2 = \sqrt{(r + s(l + l_m)) s c_g}$$

将传递函数 H_1 在 $s=0$ 处展开并取二阶多项式,此时 H_1 可化简为如下形式:

$$H_1 = 1/(1 + sb_1 + s^2 b_2) \quad (13)$$

其中,

$$b_1 = R_s((c_g + 2c_c)h + C_l) + r(c_g + 2c_c)h^2/2 + rhC_l$$

$$b_2 = R_s r(c_g + 2c_c)^2 h^3/6 + R_s r(c_g + 2c_c)h^2 C_l/2 + r^2(c_g + 2c_c)^2 h^4/24 + r^2(c_g + 2c_c)h^3 C_l/6 + (l - l_m)(c_g + 2c_c)h^2/2 + (l - l_m)hC_l$$

在此引入改进的一阶模型^[5]对传递函数 H_1 再次进行化简:

$$H_1 = 1/(b'_1 s + 1) \quad (14)$$

其中, $b'_1 = b_1 + b_2/b_1$ 。

同理对 H_2 进行同样操作可得

$$H_2 = 1/(a'_1 s + 1) \quad (15)$$

以上模型形式虽然是一阶的,但其精度却接近于二阶模型,可以达到精度与运算成本很好的折中。

2.3 斜阶跃信号激励下的时延估计

实际电路中激励信号不可能是完全理想的,信号的上升和下降均不可能瞬间完成,而总有一定的上升和下降时间。此时若采用理想阶跃信号作为激励所得的时延模型就会产生误差,故文章采用斜阶跃信号作为激励信号对互连线进行时延分析。

有限上升沿的斜阶跃信号可以等效为如图3所示的两个无限斜坡信号的累加,其中一个为上升沿信号,另一个为下降沿信号。其对应的时域表达式为

$$V_{in}(t) = \frac{V_{dd}}{T_r} [tu(t) - (t - T_r)u(t - T_r)] \quad (16)$$

其中, V_{dd} 为激励信号幅值, T_r 为信号上升时间, $u(t)$ 为理想阶跃信号。

对式(16)进行拉普拉斯逆变换可得其复频域表达式:

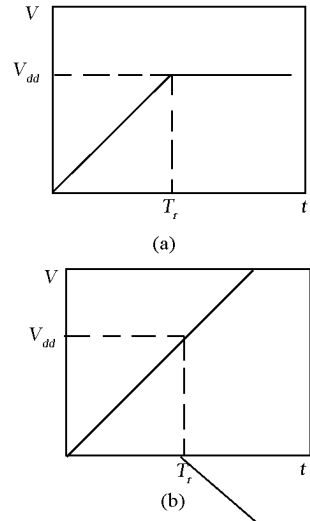


图3 斜阶跃信号的等效

Fig.3 The equivalent of ramp input

$$V_{in}(s) = \frac{V_{dd}}{T_r s} (1 - e^{-sT_r}) \quad (17)$$

由式(3)知解耦前后电压关系满足:

$$\begin{bmatrix} V'_{i1} \\ V'_{i2} \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} V_{i1} \\ V_{i2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} V'_{o1} \\ V'_{o2} \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} V_{o1} \\ V_{o2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

根据式(18)可得解耦后 RLC 互连线集总模型的激励电压为

$$\begin{bmatrix} V'_{i1} \\ V'_{i2} \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{in} \end{bmatrix} \quad (20)$$

取解耦后的攻击线 1 进行分析,其复频域输出信号为

$$V'_{o1}(s) = \frac{V_{dd}}{2T_r s^2} [1 - e^{-sT_r}] \cdot H_1 = V_{out}(s) [1 - e^{-sT_r}] \quad (21)$$

此时在激励为有限上升时间阶跃信号的情况

下,输出信号的时域表达式为

$$V'_{o1}(t) = V_{out}(t) - V_{out}(t - T_r) = \frac{V_{dd}}{2T_r} [T_r + b'_1(e^{-t/b'_1} - e^{-(t-T_r)/b'_1})] \quad (22)$$

同理可得解耦后受害线的输出信号时域表达式为

$$V'_{o2}(t) = \frac{V_{dd}}{2T_r} [T_r + a'_1(e^{-t/a'_1} - e^{-(t-T_r)/a'_1})] \quad (23)$$

根据式(19)可得解耦前互连线的输出信号为

$$V_{o1}(t) = V'_{o1}(t) + V'_{o2}(t) \quad (24)$$

假设输出信号为 V_{th} , 对应的时延为 τ , 则可得关于 τ 的指数方程:

$$k = ae^{-\tau/b'_1} + ce^{-\tau/a'_1} \quad (25)$$

其中,

$$k = 2(V_{th} - V_{dd})T_r/V_{dd}$$

$$a = b'_1(1 - e^{T/b'_1})$$

$$c = a'_1(1 - e^{T/a'_1})$$

考虑到式(25)为超越方程而无法直接得到解析解,故采用二分法求其数值解,从而得到互连时延 τ 。

3 RLC 互连模型实验结果与比较

实验模型的激励信号均为斜阶跃信号,其幅值为 1 V, 上升沿时间为 300 ps。

表 1 给出了选取的实验模型参数,利用上述的时延估计方法对其在 90% 时延 ($T_{0.9}$) 的情况下进行实验,并和 PSPICE 电路 CAD 软件的仿真结果进行比较。表 2 则给出了不同驱动电阻和负载电容下估计方法求得的互连时延,并与 PSPICE 仿真所得时延进行比较,进而得到相对误差来验证该方法在耦合互连线时延估计中的有效性。

表 1 RLC 集总模型参数

Table 1 The parameters of RLC lump model

模型参数	负载电容 $c_g / (\text{fF} \cdot \mu\text{m}^{-1})$	耦合电容 $c_c / (\text{fF} \cdot \mu\text{m}^{-1})$	自感 $L / (\text{pH} \cdot \mu\text{m}^{-1})$	互感 $l_m / (\text{pH} \cdot \mu\text{m}^{-1})$	电阻 $r / \Omega \cdot \mu\text{m}^{-1}$	互连 线长 $h \cdot \mu\text{m}^{-1}$
模型参数	0.176	0.352	0.288	0.246	0.015	2.000

表 2 互连时延相对误差

Table 2 The values and error of delay

R_s / Ω	C_l / pF	PSPICE 仿真	笔者方法	相对 误差/%
		结果/ps	仿真结果/ps	
50	0.176	353.968	361.32	2.03
100	0.176	492.064	512.9	4.23
200	0.176	799.206	857.7	2.31
50	1.76	593.651	618.32	4.15
100	1.76	915.079	949.99	3.81
200	1.76	1568.3	1608.6	2.56

图 4 到图 7 分别给出了不同分布参数变化下估计方法与 PSPICE 仿真所得互连时延的比较曲线,可看出文中方法与 PSPICE 仿真结果吻合的较好,说明文中的时延估计方法可以准确地估计耦合互连线的时延。

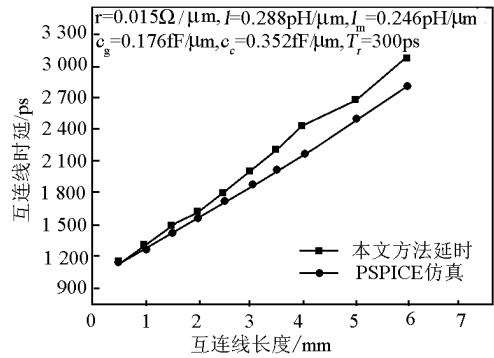


图 4 不同线长下时延比较曲线

Fig. 4 Delay of different interconnect length

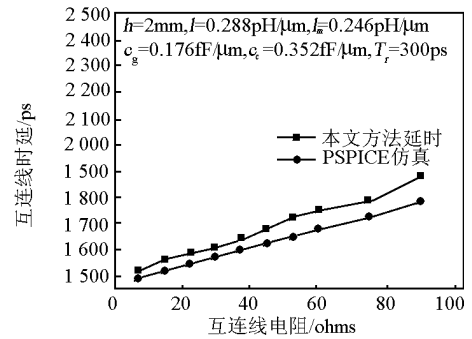


图 5 不同线阻下时延比较曲线

Fig. 5 Delay of different resistances

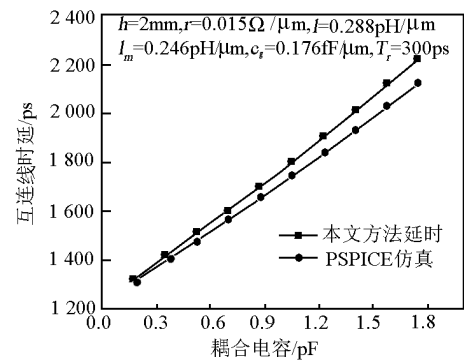


图 6 不同耦合电容下时延比较曲线

Fig. 6 Delay of different coupling capacitances

行比较,验证了该方法在互连时延分析中的有效性。

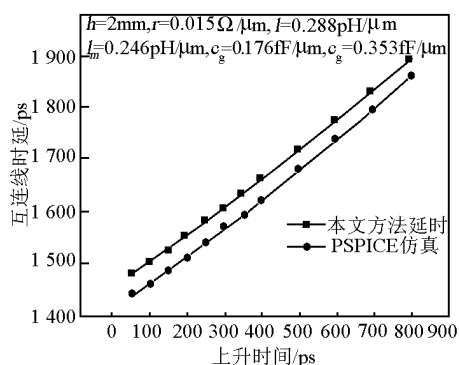


图7 不同上升时间下时延比较曲线

Fig. 7 Delay of different rise time

以笔者估计方法所得时延结果与 PSPICE 结果进行比较,可以看出该方法所得结果均能较好地符合实验模型的仿真结果,具有较高的可靠性。

4 结语

随着 VLSI 制造工艺进入深亚微米和超深亚微米阶段,互连时延对电压畸变及信号完整性等方面的影响正受到人们越来越多的关注。笔者考虑实际电路中激励信号不理想对耦合互连线时延分析的影响,建立了斜阶跃信号激励下的互连线时延模型。在线元分析过程中将原本复杂的耦合线元简化为独立线元,进而结合二阶矩模型及改进的一阶模型对互连线的传递函数进行化简,并以此对耦合互连线模型进行分析,给出了斜阶跃激励下互连时延的时域表达式。最后将实验结果与 PSPICE 仿真结果进

参考文献

- [1] Elmore W C. The transient response of damped linear networks with particular regard to wideband amplifiers [J]. Journal of Applied Physics, 1948, 19(1): 55 - 63
- [2] Kahng A B, Muddu S. An analytical delay for RLC interconnects [J]. IEEE Transactions on Computer Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1997, 16(12): 1507 - 1514
- [3] Kahng A B, Muddu S. Two - Pole Analysis of Interconnection Trees [A]. Proceedings of the IEEE Multi - Chip Module Conference [C]. 1995: 105 - 110
- [4] Kahng A B, Masuko K, Muddu S. Analytical Delay Models for VLSI Interconnects Under Ramp Input [A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Aided Design [C]. 1996. 30 - 35
- [5] Yu Qinjian, Kuh E S. Moment computation of lumped and distributed coupled RC trees with application to delay and crosstalk estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2001, 89(5): 772 - 788
- [6] Zhang Junmou, Friedman E G. Decoupling Technique and Crosstalk Analysis for Coupled RLC Interconnects [A]. Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems [C]. 2004. 521 - 524
- [7] Liang Yin, He Lei. An Efficient Analytical Model of Coupled On - chip RLC Interconnects [A]. Proceedings of Asia and South Pacific Design Automation Conference [C]. 2001. 385 - 390
- [8] Chen Jun, He Lei. A decoupling method for analysis of coupled RLC interconnects [A]. IEEE/ACM International Great Lakes Symposium on VLSI [C]. 2002. 41 - 46
- [9] Banerjee K, Mehrotra A. Analysis of On - Chip Inductance Effects for Distributed RLC Interconnects [J]. IEEE Transactions on Computer Aided Design, 2002, 21(8): 904 - 915

Analytical delay estimation of coupled RLC interconnects under ramp input

Li Xin¹, Janet M Wang², Tang Weiqing³, Wu Huizhong¹

(1. Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. Department of Electrical and Computer Engineering, College of Engineering and Mines, the University of Arizona, Arizona AZ8742, USA; 3. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

[**Abstract**] The excitation in actual circuits is always nonideal, which has a definite impact on the analysis of interconnect delay. Considering the impact, the analytical delay model is proposed and the analytical delay method based on coupled RLC interconnect is presented. Then the decoupling method is improved and the coupled interconnects model under ramp input is decoupled when analyzing the interconnect segments. Finally the two-pole model is combined with the improved modified one-pole model to simplify the transfer function and the expression of delay of coupled interconnects is proposed. Experimental results demonstrate that the analysis method can evaluate the delay of coupled RLC interconnects effectively.

[**Key words**] ramp input; coupled RLC interconnects; delay; decoupling; two-pole model; improved modified one-pole model