

# 拉压杆模型在混凝土梁桥中应用与研究进展

刘 钊, 吕志涛, 惠 卓, 王景全, 贺志启

(东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 南京 210096)

[摘要] 在介绍拉压杆模型的概念和构形的基础上,讨论了混凝土梁桥中的常见D区和拉压杆模型的应用原理和构建准则,给出了应用该方法进行结构D区设计的一般步骤,作为示例,应用拉压杆模型方法并参照美国AASHTO LRFD(2004)规范,对一较典型的预应力齿板锚固区进行了配筋设计。阐述了拉压杆模型的起源、研究现状与进展,概括分析了当前国际上的研究动态和有待深化研究的方向。

[关键词] 混凝土桥梁;D区;拉压杆模型;设计理论

[中图分类号] U448.35 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2008)10-0014-08

## 1 前言

在混凝土梁桥的设计计算中,国际工程界趋向于将结构划分为B区和D区分别对待<sup>[1~3]</sup>。

B区是指截面应变分布基本符合平截面假定的结构区域,B表示Beam或Bernoulli,它们的截面应力状态可以通过内力得出。在未开裂时,截面应力可借助于截面性质(如面积、惯矩等)来计算,开裂后,则可应用桁架模型来分析。

D区是指截面应变分布呈现明显非线性的结构区域,这些部位具有几何构造上的不连续或力流受挠动的特点,D表示Discontinuity或Disturbance。从弹性阶段开始平截面应变假定在这些区域就已不再成立,随着荷载的增加,梁截面的抗弯塑性发展模型不能够揭示其破坏机理。

我国目前的混凝土桥梁设计规范中<sup>[4]</sup>,主要针对混凝土梁桥的B区,按受弯构件来设计,其正常使用极限状态和承载能力极限状态的计算均以截面分析为基础,对于混凝土梁桥的D区设计问题,几乎没有涉及。

桥梁工程的实践表明,由于D区在几何构造和受力上的复杂性,加上缺乏规范的设计指导,使得凭

经验设计的D区常常出现结构性裂缝。

在桁架模型基础上发展而来的拉压杆模型(strut-and-tie models)被广泛认为是D区设计的一种简单而实用的新方法,是D区尺寸拟定和配筋设计的有力工具<sup>[5,6]</sup>。

## 2 混凝土梁桥中的D区

混凝土梁桥中的D区主要有:

- 1) 剪跨比较小的区域,如支座附近,见图1(a);
- 2) 跨高比 $L/h$ 较小的深梁区域,如箱形截面的横隔板,见图1(b);
- 3) 承受集中力作用的区域,如横向预应力作用下箱梁翼板悬臂端,竖向预应力作用下的箱梁腹板,见图1(c);
- 4) 预应力锚固区,如梁端截面锚固区,齿板和凹槽锚固区,见图1(d);
- 5) 构造上有几何突变的区域,如箱梁顶板、底板的开孔区域,挂孔与牛腿附近区域,见图1(e)。

桥梁工程的实践表明,由于D区在几何构造和受力上的复杂性,加上缺乏规范的设计指导,使得凭经验设计的D区常常先天不足。混凝土梁桥在施工或使用过程中,D区出现结构性裂缝已屡见不鲜,

[收稿日期] 2008-06-30

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(50778038);教育部博士点基金项目(20070286097)

[作者简介] 刘 钊(1964-),男,安徽和县人,博士,东南大学教授,博导,主要从事桥梁工程研究

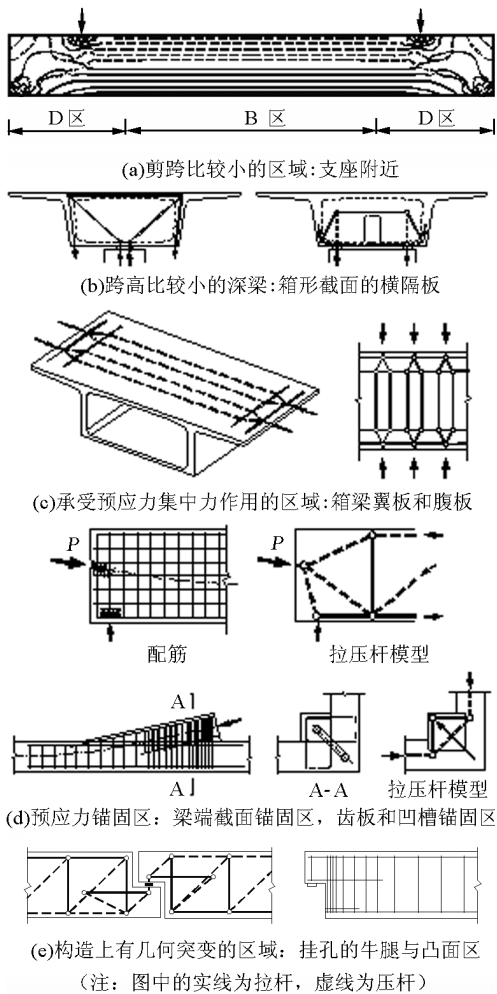


图1 混凝土梁桥中的常见 D 区

Fig. 1 Typical D region in concrete bridges

虽然裂缝可能分布在很广的梁体范围,但在很多情况下,裂缝都是首先发生在 D 区。

在桥梁工程中,因 D 区设计不当导致结构性裂缝的实例不胜枚举;因局部应力过大,造成 D 区混凝土压碎的事例,也时有发生;甚至也有造成桥梁垮塌的重大工程事故。位于太平洋岛国帕劳共和国 (Republic of Palau) 境内的 K - B 桥,为主跨 240.8 m 的三跨预应力混凝土梁桥。该桥在运营 19 年后因挠度过大,于 1996 年对其进行加固,因加固设计不当,致使 D 区首先破坏导致全桥倒塌<sup>[7]</sup>,图 2 为倒塌情况的照片。

### 3 D 区设计的拉压杆模型法

#### 3.1 拉压杆模型的构形和参数取值

拉压杆模型是从连续体内抽象出的离散桁架模型,由压杆、拉杆和节点组成(见图 3),用以反映内

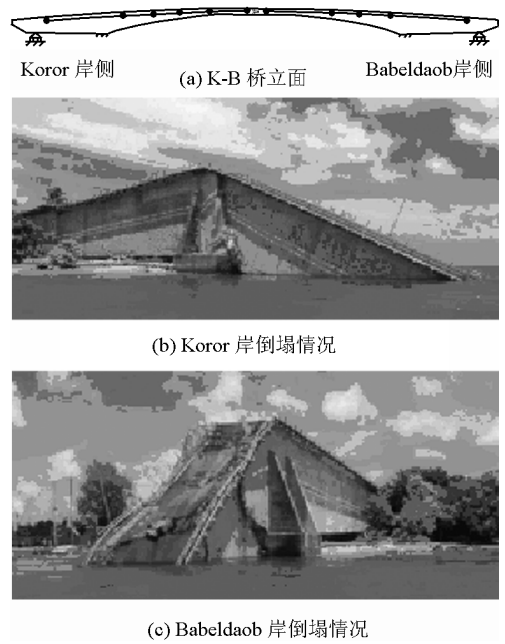


图 2 因 D 区破坏导致全桥倒塌的实例  
Fig. 2 Bridge collapses due to failure of D region

部力流的传递。ACI318 委员会给出的拉压杆模型的定义为<sup>[3]</sup>:拉压杆模型是结构混凝土 D 区的桁架模型,由相交于节点的拉杆和压杆组成,能够把荷载传递到支座或是相邻的 B 区。

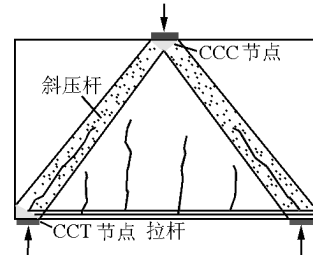


图 3 拉压杆模型的构成

Fig. 3 Elements of a strut - and - tie model

研究基于拉压杆模型的设计方法,旨在为工程界提供一个简单、实用的新方法。世界著名混凝土桥梁专家、瑞士联邦技术大学 Christian Menn 教授指出<sup>[8]</sup>:借助于满足内力平衡状态的合理桁架模型,可以简单可靠地确定钢筋布置、锚固长度和搭接长度;结构内部拉、压单元之间的平衡状态与结构系统的外部平衡状态一样重要,不能仅仅关注后者。

1) 压杆。压杆代表压力场的合力,压杆的形状根据压力扩散情况,可以是棱柱形、瓶形或者扇形(见图 4)。可按轴压构件验算压杆的承载力。压杆的有效截面积取决于端部支承、锚固、受力和几何边

界条件。对于混凝土压杆的有效强度,加拿大学者 Vecchio 和 Collins 提出的考虑了混凝土开裂后强度软化等因素的压杆混凝土应力限值  $f_{cu}$  的计算公式<sup>[9]</sup>,且被美国和加拿大桥梁规范采用。

$$f_{cu} \leq \frac{f'_c}{0.8 + 170\varepsilon_1} \quad (1)$$

式中,  $f'_c$  为混凝土圆柱体抗压强度;  $\varepsilon_1$  为压杆中混凝土的主拉应变,以考虑混凝土的强度软化。在知道混凝土在拉杆方向的应变  $\varepsilon_s$  (一般可取为钢筋的屈服应变)、压杆与拉杆之间的夹角  $\alpha_s$ 、主压应变  $\varepsilon_2$  (一般取其极限值为 0.002) 后,根据应变相容条件,利用图 5 所示摩尔应变圆可求出  $\varepsilon_1$  :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0.002) \cot^2 \alpha_s \quad (2)$$

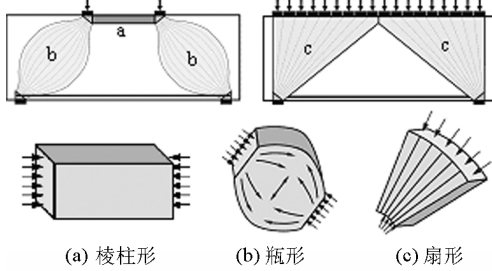


图 4 压杆的类型

Fig. 4 Typical shapes of struts

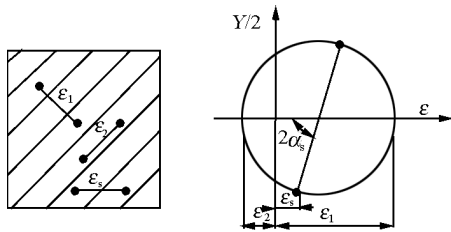


图 5 压杆的应变状态和摩尔应变圆

Fig. 5 Strain condition and Mohr's circle of struts

除验算压杆强度外,还需按构造配置一定的分布钢筋,以控制压杆裂缝的宽度。

2) 拉杆。拉杆是受拉构件,一般由普通钢筋或预应力钢筋构成。在进行拉杆承载力验算时,拉杆的应力取为钢筋的屈服应力。同时,钢筋的锚固长度必须满足要求,以避免锚固失效的情况发生。

3) 节点。节点位于压杆、拉杆轴线与集中力的交汇处,是受力复杂区域。根据节点区交汇杆件的类型,节点可分为 CCT 型(由多根压杆与一根拉杆围成的节点区)、CCC 型(仅由压杆围成的节点区)、CTT 型(由 1 根压杆及 2 根或 2 根以上拉杆围成的

节点区)和 TTT 型(全部由拉杆围成的节点区),如图 6 所示。根据节点区的弥散程度,节点可分为弥散节点(smear node)和集中节点(singular node),弥散节点处相交的压杆和拉杆的范围较宽,而集中节点处拉杆和压杆相交范围较小。影响节点区混凝土强度的因素多且复杂。一般根据节点的类型、横向钢筋的配筋率等确定混凝土强度有效系数,以此计算混凝土的有效强度并进行节点强度的验算。

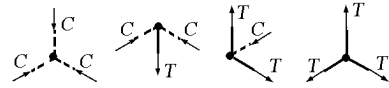


图 6 节点的类型

Fig. 6 Common types of nodes

### 3.2 构建拉压杆模型的方法及准则

拉压杆模型满足塑性理论下限定理,即只需满足平衡条件和屈服准则,而没有变形协调的限制,因此在构建时可有多种选择。但混凝土是一种塑性变形能力有限的材料,因此存在合适或是最优的拉压杆模型。Schlaich 提出了判别拉压杆模型优劣的两个准则<sup>[6]</sup>:

1) 拉杆、压杆的中心应尽量与应力迹线重合。这样可以减少结构在受力过程中的应力重分布,并且保证钢筋配置在裂缝最可能产生的区域。

2) 最小应变能准则。拉压杆模型的应变能绝大部分集中于拉杆,因此拉杆总长度最小的拉压杆模型是最优的模型。

还有学者引入弹性应变相容误差的概念<sup>[10]</sup>,提出了新的判别准则。

在构建拉压杆模型时,一般要借助于有限元分析,得到结构内部的应力迹线后,按照杆件中心应尽量与应力迹线重合的准则来构建拉压杆模型。也可按照 Schlaich 提出的荷载路径法或参考已有的标准模型来构建。

### 3.3 拉压杆模型法设计的一般步骤

用拉压杆模型进行结构设计的一般步骤,如图 7 所示:

1) 确定作用于结构的荷载和支座反力,并按照一般的构造要求或经验初步拟定尺寸;

2) 按照圣维南原理,把结构划分为 D 区和 B 区;

3) 对 B 区进行设计,并确定 B 区与 D 区相邻截面的边界力;

4) 构建 D 区的拉压杆模型;

5) 根据平衡条件确定拉压杆模型中各杆件的内力。对于超静定的拉压杆模型,还必须估计各杆件的相对刚度;

6) 根据拉杆的内力和钢筋的应力限值进行配筋设计,并满足钢筋锚固的构造要求;

7) 对压杆和节点区进行应力验算,并确定其几何尺寸。

对节点区进行验算的目的有两个<sup>[11]</sup>:一是控制节点区的应力,以保证传力的安全;二是通过确定节点的尺寸,对钢筋的锚固和垫板的尺寸提出要求。如果压杆和节点的应力超出限值,或是压杆或节点超出D区的范围,则需要对拉压杆模型的几何形状,甚至初步拟定的结构尺寸进行调整。

最后根据构造要求布置一定的分布钢筋,以控制裂缝的宽度和保证结构具有一定的延性。

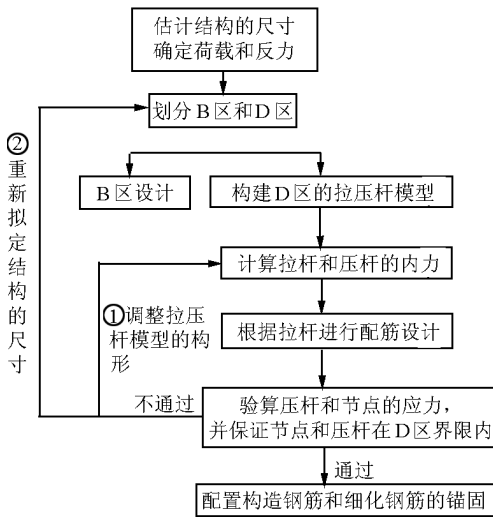


图7 考虑D区的混凝土梁桥设计流程

Fig.7 Flowchart for STM design process

### 3.4 运用拉压杆模型的设计举例

在混凝土梁桥中,齿板锚固区受到预应力集中锚固力和局部径向力的作用,而且存在几何尺寸的突变,是桥梁结构中典型的D区,也是病害较多的区域。美国AASHTO桥梁规范中给出了齿板设计时需要考虑的各种力的效应,以及钢筋布置的构造要求,但没有给出具体的设计方法。这里举例说明应用拉压杆模型对齿板进行配筋设计的一般步骤。

步骤1:对齿板进行线弹性有限元分析

独齿板布置于箱梁底板中央,高度为0.5 m,宽度为1.7 m,倾角为9°,锚固两束19- $\phi$ 15.2的钢绞线,预应力筋张拉控制应力为0.75 $f_{pk}$ 。选取齿板

前方和后方各1倍齿板长度范围内的底板,建立实体有限元模型,如图8所示。以正六边形的孔道模拟预应力孔道。预应力以等效荷载的形式施加,其中齿板端面上的锚固力以节点荷载施加在锚板尺寸范围内的节点上;弯曲预应力筋的均布等效荷载施加于预应力孔道的上表壁。采用简支的边界条件,约束锚后边界的竖向位移,以及锚前边界的竖向和纵向位移。为模拟腹板对底板的约束作用,约束纵向边界的竖向位移。

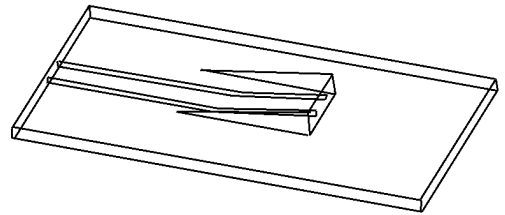


图8 齿板区模型轮廓图

Fig.8 Layout of anchorage blister zone

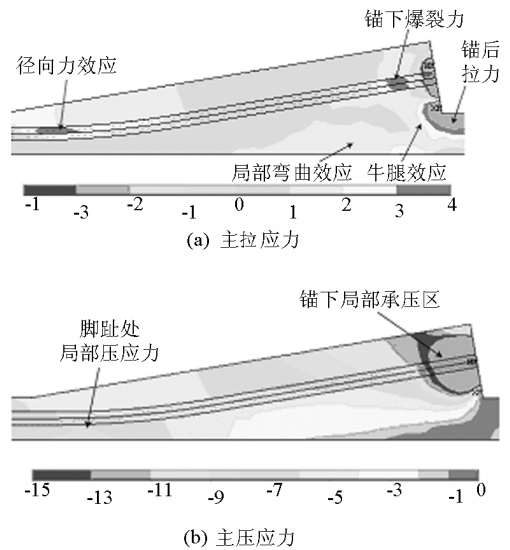


图9 预应力孔道中心截面混凝土主应力云图

Fig.9 Principal stress contour in center plane of duct

从主应力云图(见图9)可以看出,齿板受到锚后拉力、锚下爆裂力的作用,并形成径向力效应、牛腿效应和局部弯曲效应,需要适当地配置钢筋以满足抗裂和承载力验算的要求。局部锚固区存在很大的压应力,通过设置与锚具配套的螺旋箍筋来解决。

步骤2:据根应力迹线构建拉压杆模型,并求出各杆件的内力

根据有限元分析得到的应力迹线(见图 10),以及前述的拉压杆模型的构建方法和准则,给出拉压杆模型(见图 11),该模型应当能够反映齿板的主要受力情况,包括锚下爆裂力、径向力效应、牛腿效应和局部弯曲效应。该模型是静定结构,根据平衡条件可求出各杆件的内力。

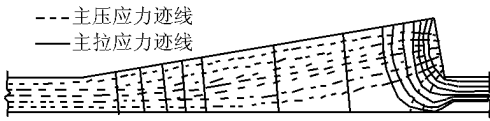


图 10 齿板主应力迹线

Fig. 10 Principal stress trajectories for blister

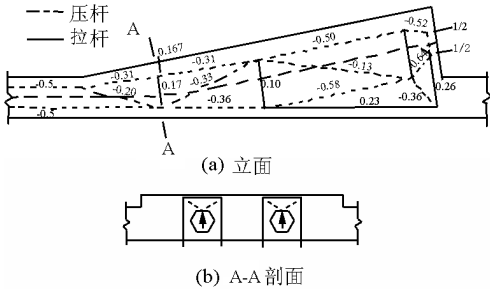


图 11 齿板的拉压杆模型

Fig. 11 Proposed strut-and-tie model for blister

步骤 3:进行齿板的配筋设计,并检算压杆和节点的强度

在拉压杆模型中,拉杆由钢筋承担,其承载力须满足如下要求:

$$T_d \leq 0.6f_y A_s \quad (3)$$

式中, $T_d$ 为由拉压杆模型计算得到的拉杆内力设计值; $f_y$ 为钢筋屈服强度; $A_s$ 为钢筋的面积。

齿板锚后因应变协调承受拉力作用,为控制裂缝的宽度,需要配置一定的抗裂钢筋。按照 AASHTO 规范的规定,齿板锚后抗裂钢筋至少应抵抗 25% 的锚固力,钢筋的应力不应大于  $0.6f_y$  或 240 MPa,且应布置在力筋轴线两侧各 1 倍锚垫板宽度范围之内。

最后检算压杆和节点的强度,并参考 AASHTO LRFD 规范进行配筋设计,得到的配筋结果如图 12 所示。

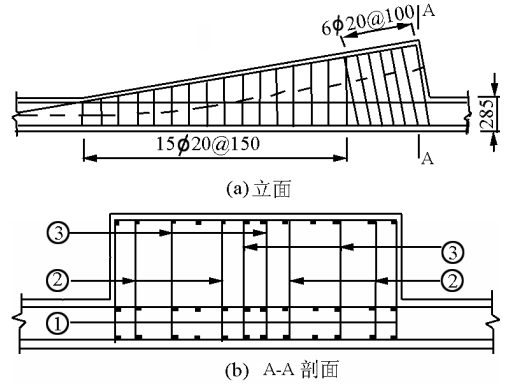


图 12 齿板配筋简图(单位:mm)

Fig. 12 Reinforcement detailing of blister

#### 4 拉压杆模型的研究现状与进展

拉压杆模型可以溯源到早期解决混凝土结构抗剪、抗扭设计的桁架模型。早在 20 世纪初,德国学者 E. Mörsch 首先提出用桁架模型来解决混凝土梁的抗剪计算问题。20 世纪中期以来,德国学者 F. Leonhardt, Jörg Schlaich<sup>[6]</sup>, 瑞士学者 Peter Marti<sup>[12]</sup>, 加拿大学者 Michael P. Collins 和 Denis Mitchell<sup>[13]</sup>, 美国学者 John E. Breen<sup>[14]</sup>等,一直致力于用简化的力流模型来揭示混凝土结构连续体的承载力与破坏机理,寻求混凝土结构 D 区设计的合理方法。其实国际上对拉压杆模型在定量解决问题的有效性方面,也有一个反复和螺旋式上升的认识过程。

20 世纪 80 年代末,美国学者 Thomas T. C. Hsu 提出了建立混凝土结构统一理论的 5 种桁架模型<sup>[15]</sup>,即拉压杆模型、平衡(塑性)桁架模型、伯努利相容桁架模型、摩尔相容桁架模型和软化桁架模型,每一种模型适用于不同的结构区域和加载阶段,其中拉压杆模型被认为是设计 D 区的最有效模型。

Jörg Schlaich 等在 1987 年第 3 期 PCI Journal 上发表专题报告,全面阐述拉压杆模型的基本概念、D 区的分析原则和应用算例,提出应当将拉压杆模型发展成为结构混凝土的统一设计方法<sup>[6]</sup>。

1991 年国际桥梁协会 IABSE 在德国斯图加特举行的桥梁年会上,提出用结构混凝土(structural concrete)的概念涵盖各种结构形式的钢筋混凝土和预应力混凝土,并且提出促进基于拉压杆模型的设计方法研究<sup>[14]</sup>。

通过跟踪调研,对当前的国际研究热点概括分析如下:

1)拉压杆的几何构形与承载机理研究。D 区的

力学和几何边界条件,对拉压杆的构形影响很大。当结构传力途径比较间接时,必须采用超静定的拉压杆模型或空间拉压杆模型,合理地确定拉压杆模型的几何位置、节点尺寸、截面尺寸、构件和节点的承载强度将比较困难。首先,根据复杂力流以及不同的配筋方案,可能得到几种拉压杆模型的几何构形;其次,集中节点与加载点的支承面大小、拉杆锚固构造等因素有关,弥散节点的尺度更与潜在的配筋方案有关,致使节点的几何尺度不唯一;再者,拉压杆的截面尺寸、拉压杆的强度限值与应力扩散程度相关,需通过理论分析和大量的试验研究确定<sup>[16, 17]</sup>。

国际桥梁协会(IABSE)混凝土结构分会主席、美国得克萨斯大学奥斯汀分校 John E. Breen 教授一直倡导开展拉压杆模型的应用、研究和写入规范等工作<sup>[14, 18]</sup>。

加拿大多伦多大学的 F. J. Vecchio 和 Michael P. Collins 研究提出的主拉应变对开裂后混凝土压杆强度影响的计算公式,先后被写入加拿大和美国的桥梁设计规范<sup>[9]</sup>;加拿大麦吉尔大学、不列颠哥伦比亚大学和肯考迪亚大学也持续对开裂后的混凝土行为及其对拉压杆模型的构成影响进行研究<sup>[19~21]</sup>;韩国的 Yun 提出了评估各种类型节点强度的一致方法<sup>[11]</sup>。

新加坡南洋理工大学 K. H. Tan 等人,持续进行了基于拉压杆模型的深梁抗剪和尺寸效应研究<sup>[22, 23]</sup>。

2)应用拉压杆模型的 D 区设计研究。近 10 年来,应用拉压杆模型进行 D 区的设计研究也取得了一定的成果。美国加州大学圣地亚哥分校(UCSD)自 20 世纪 90 年代以来针对墩柱节点区开展的研究比较引人注目,在国际著名抗震设计专家 Priestley 教授等人的指导下,多名博士生开展了在地震作用下的基于拉压杆模型的桥梁墩柱及节点设计研究<sup>[24~28]</sup>;John E. Breen 教授也指导多名博士生进行了基于拉压杆模型的锚固区配筋设计<sup>[29, 30]</sup>和抗剪设计研究<sup>[31]</sup>,美国内布拉斯加大学对先张梁的端部锚固区的力学行为进行了研究<sup>[32]</sup>。还有学者在力的平衡条件的基础上引入变形协调条件,提出协调拉压杆模型(compatibility-aided strut-and-tie model, CASTM)的概念,进行 D 区的裂缝宽度计算<sup>[33]</sup>。

3)拉压杆模型的计算机辅助设计。拉压杆模型的计算机辅助设计,是将设计理论推广到工程应用的关键。2000 年以来,各国学者相继发表论文,

探讨计算机辅助设计生成混凝土薄板中的拉压杆模型问题<sup>[34]</sup>。澳大利亚新南威尔士大学的 Qing Quan Liang 等认识到最小化结构的应变能等同于极大化结构的总体刚度,从而将拉压杆的自动生成转化为连续体的拓扑优化问题<sup>[35, 36]</sup>,取得了一定的进展;台湾大学 Liang - Jenq Leu 等学者沿着这个思路,研究了三维混凝土结构中的拉压杆设计方法的计算机辅助实现<sup>[37]</sup>。在各种拓扑优化方法中,进化渐进优化方法(ESO)是最目前流行的方法,主要是因为这种方法在概念上比较简单,而且得到的结果却足够精确,其次是这种方法便于与有限元分析结合。

美国国家自然科学基金于 2001 年资助了伊利诺伊州大学(UIUC)纽马克结构工程实验室的关于拉压杆模型在工程教育和设计中应用研究的课题<sup>[38]</sup>。这个课题的主要研究内容为:a. 通过试验研究,致力于压杆、拉杆和节点区未解决的强度、刚度和尺度问题;b. 开发计算机辅助拉压杆设计软件(computer-aided strut-and-tie, CAST),使之成为一个简化、形象的设计方法;c. 为学生、教师和工程设计人员提供教育设计软件。

目前基于拉压杆模型的 D 区设计方法,已写入美国 AASHTO 桥梁设计规范、美国 ACI 规范和加拿大公路桥梁规范,但仅限于目前研究得比较成熟的几个地方。例如,用于确定支座和集中力作用点附近区域的内力效应,用于高度较大的扩大基础和承台,或其他作用力中线距支撑点中线间距小于构件厚度 2 倍的情况(AASHTO 规范第 5.6.3 节)。

综上所述,拉压杆模型作为一种革新性的设计方法,已成为结构工程领域的研究热点之一。除以德国为首的欧洲学者所进行的相关研究之外,美国、加拿大和澳大利亚学者的研究成果尤为引人注目。在亚洲,新加坡、韩国、日本、中国台湾等国家和地区的学者也正积极加入研究之列。

在我国大陆,1984 年吕志涛等翻译了印度学者 Ramaswamy 所著的《现代预应力混凝土设计》一书<sup>[39]</sup>,其中就介绍了基于桁架模型的抗剪、抗扭设计方法;1986 年程积高翻译了德国莱昂哈特(F. Leonhardt)的著作《特殊钢筋混凝土构件设计》<sup>[40]</sup>,其中对 D 区的力流和设计有较充分的讨论。2000 年以来,桥梁专家周履老先生连续撰文介绍国外拉压杆模型的研究动态<sup>[41~44]</sup>,还有其他一些跟踪介绍的论文<sup>[45, 46]</sup>。近年来,拉压杆模型的研究在国内逐渐变热,同济大学徐栋等应用拉压杆模型进行了体

外预应力桥梁转向结构分析及配筋的设计研究<sup>[47]</sup>, 王田友等应用拉压杆模型对框架节点进行配筋设计<sup>[48]</sup>, 李建中、张文学等对预应力锚固区的拉压杆模型进行了研究, 并探讨了拉杆、压杆最小夹角的取值<sup>[49]</sup>; 陶海等对斜拉桥索塔锚固区的拉压杆模型进行了研究<sup>[50]</sup>。但在总体上, 国内的认识还很不足, 研究工作尚未全面展开。

## 5 结语

混凝土梁桥占我国桥梁的绝大多数, D 区的合理设计方法和 D 区经常出现的开裂等问题, 一直困扰着我国的桥梁建设。基于拉压杆模型的设计方法, 是量化解决混凝土梁桥 D 区构造设计和合理配筋的一种有效手段, 有望改变目前工程界对混凝土结构复杂区域的设计依赖经验公式、或凭经验或指望有限元数值模拟来间接指导构造设计的现状, 对防止混凝土桥梁局部区出现的一类结构性裂缝, 具有重要的理论指导意义和实用价值。

目前亟待深化研究的主要方向有: 拉压杆模型的几何构形与承载机理, 拉压杆模型的建立准则, 混凝土梁桥典型 D 区设计的实用简化方法, 以及拉压杆模型自动生成的算法研究和计算机实现等。

## 参考文献

[1] AASHTO. AASHTO LRFD Bridge Specifications (third edition) [S]. Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2004

[2] CSA International. Canadian Highway Bridge Design Code, National Standard of Canada CAN/CSA - S6 - 00 [S]. 2000

[3] ACI Committee 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318M - 05) [S]. American Concrete Institute, 2005

[4] 中华人民共和国行业标准. 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范(JTG D62-2004)[S]. 北京:人民交通出版社, 2004

[5] ASCE - ACI Committee 445. Recent approaches to shear design of structural concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(12): 1375 - 1417

[6] Schlaich J, Schöfer K, Jennewein M. Toward a Consistent Design of Structural Concrete [J]. Journal of the Prestressed Concrete Institute, 1987, 32(3): 74 - 150

[7] Burgoyne C, Scantlebury R. Why did Palau Bridge collapse [J]. The Structural Engineer, 2006, 84(11): 30 - 36

[8] Menn C. Consistent Design and New Systems for Concrete Bridges [C]. IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, 1991. 833 - 840

[9] Vecchio F J, Collins M P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear [J]. ACI Jour-

nal, 1986, 83(2): 219 - 231

[10] Ali M A, White R N. Automatic generation of truss model for optimal design of reinforced concrete structures [J]. ACI Structural Journal, 2001, 98(4): 431 - 442

[11] Yun Y M. Strength of two - dimensional nodal zones in strut - tie models [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(11): 1764 - 1783

[12] Marti P. Dimensioning and Detailing [C]. IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, 1991. 411 - 443

[13] Collins M P, Mitchell D. Prestressed Concrete Structures [M]. Prentice Hall, Inc, 1991

[14] Breen J E. Why Structural Concrete [C]. IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, 1991. 15 - 26

[15] Hsu T T C. Unified Theory of Reinforced Concrete [M]. CRC Press, Inc, 1993

[16] Su R K L, Chandler A M. Design criteria for unified strut and tie models [J]. Progress in Structural Engineering Materials, 2001, (3): 288 - 298

[17] Mitchell D, Cook W D. Design of Disturbed Regions [C]. IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, 1991. 533 - 538

[18] Jirsa J O, Breen E J, et al. Experimental Studies of Nodes in Strut - and - Tie Models [C]. IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, 1991. 525 - 532

[19] Bhide S B, Collins M P. Influence of axial tension on the shear capacity of reinforced concrete members [J]. ACI Structural Journal, 1989, 86(5): 570 - 581

[20] Hindi R A. A proposed Damage Model for R/C Bridge Elements under Cyclic Loading [D]. Doctoral Dissertation, University of British Columbia, Canada, 2001

[21] Rigotti M. Diagonal Cracking in Reinforced Concrete Deep Beams - An Experimental Investigation [D]. Doctoral Dissertation, Concordia University, Canada, 2002

[22] Tan K H, Tong K, Tang C Y. Direct strut - and - tie model for prestressed deep beams [J]. Journal of Structural Engineering, 2001, 127(9): 1076 - 1085

[23] Tan K H, Cheng G H. Size effect on shear strength of deep beams: Investigating with strut - and - tie model [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(5): 673 - 685

[24] Seible F, Priestley M J N. Performance Assessment of Cap - Column Joints Under Seismic Loading [C]. IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, 1991. 281 - 286

[25] Priestley M J N. Assessment and Design of Joints for Single Level Bridges with Circular Columns [R]. University of California at San Diego, 1993

[26] Ingham J. Seismic Performance of Bridge Knee Joints [D]. Doctoral Dissertation, The University of California at San Diego, USA, 1995

[27] Sritharan S. Analysis of Concrete Bridge Joints Subjected to Seismic Actions [D]. Doctoral dissertation, University of California at San Diego, USA, 1998

[28] Sritharan S. Strut - and - tie analysis of bridge Tee joints subjected to seismic actions [J]. Journal of Structural Engineering,

2005, 131(9): 1321 - 1333

- [29] Wood B A. Investigation of Design and Repair Methods for Cantilever Bridge Bents [D]. Doctoral Dissertation, The University of Texas at Austin, USA, 1997
- [30] Thompson M K. Anchorage Behavior of Headed Reinforcement in CCT Nodes and Lap Splices [D]. Doctoral Dissertation, The University of Texas at Austin, USA, 2002
- [31] Brown M D. Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut - and - Tie and Sectional Models [D]. Doctoral Dissertation, The University of Texas at Austin, USA, 2005
- [32] Jongpitakssee N. Behavior of End Zone of Precast/ Prestressed Concrete Bridge Girders [D]. Doctoral Dissertation, University of Nebraska, USA, 2003
- [33] Ronnie R H Z, Wirat W, Thomas T C H, et al. Crack width prediction using compatibility - aided strut - and - tie model [J]. ACI Structural Journal, 2003, 100(4): 413 - 421
- [34] Mackerle J. Topology and shape optimization of structures using FEM and BEM - a bibliography [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2003 (39): 243 - 253
- [35] Liang Q Q, Xie Y M, Steven G P. Optimal topology selection of continuum structures with displacement constraints [J]. Computers and Structures, 2000, (77): 635 - 644
- [36] Liang Q Q, Uy B, Steven G P. Performance - based optimization for strut - tie modeling of structural concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(6): 815 - 823
- [37] Leu L J, Huang C W, Chen C S, et al. Strut - and - tie design methodology for three - dimensional reinforced concrete structures [J]. Journal of structural engineering, 2006, 132(6): 929 - 938
- [38] Tjhin T N, Kuchma D A. Computer - based tools for design by strut - and - tie method: advances and challenges [J]. ACI Structural Journal, 2002, 99(5): 586 - 594
- [39] Ramaswamy G S. 现代预应力混凝土设计[M]. 吕志涛, 钱鸿志译. 南京:江苏省建筑设计标准协作办公室, 1984
- [40] F. 莱昂哈特, E. 门尼尔. 特殊钢筋混凝土构件设计[M]. 程积高译. 北京:水利电力出版社, 1986
- [41] 周 履. 结构混凝土的一种简单、一致的方法[J]. 国外桥梁, 2001, (1): 28 - 34
- [42] 周 履. 结构混凝土通向协调设计的压杆 - 拉杆模型[J]. 国外桥梁, 2001, (4): 25 - 35
- [43] 周 履. 压杆 - 拉杆模型在混凝土结构设计中的应用[J]. 世界桥梁, 2002, (2): 1 - 7
- [44] 周 履. 利用压杆 - 拉杆模型进行结构混凝土的评估和加固 [J]. 世界桥梁, 2002, (4): 49 - 52
- [45] 陈晓宝, 王成刚, 滕育梅. 结构混凝土拉压杆模型配筋设计[J]. 合肥工业大学学报, 2001, (2): 160 - 165
- [46] 万 鹏, 郑凯锋. 基于可视化荷载路径的结构混凝土拉 - 压杆模型[J]. 应用力学学报, 2004, (4): 125 - 129
- [47] 徐 栋, 魏 华. 体外预应力桥梁转向结构分析及配筋研究 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2005, 33(6): 722 - 726
- [48] 王田友, 苏小卒, 方江生. 拉压杆模型方法在钢筋混凝土框架节点计算中的应用研究[J]. 土木工程学报, 2007, 40(11): 36 - 40
- [49] 张文学. 预应力混凝土连续箱梁局部应力分析及拉 - 压杆设计[D]. 同济大学博士学位论文, 2007
- [50] 陶 海. 基于空间分析的混凝土斜拉桥关键问题研究[D]. 同济大学博士学位论文, 2007

## Review of application and research of strut-and-tie models for concrete bridges

Liu Zhao, Lu Zhitao, Hui Zhuo, Wang Jingquan, He Zhiqi  
(Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structures of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China)

[Abstract] The strut-and-tie model (STM) is an emerging procedure for the design of D-regions in concrete bridges. It is becoming one of the cutting edge research areas in structural engineering. Based on the concept and formation of strut-and-tie models, the typical D-regions existing in concrete bridges and their configurations are expounded. The criterion to develop appropriate strut-and-tie models and general procedures for dimensioning the D-region of structures are also discussed. According to AASHTO LRFD (2004), the application of the STM to design a typical anchorage blister is exemplified. At last, the origin and the state of the art are reviewed, and the current research areas are pointed out.

[Key words] concrete bridge; D-region; strut-and-tie model; design theory