

结构时变可靠度计算的全随机过程模型

杜 斌, 向天宇, 赵人达

(西南交通大学土木工程学院, 成都 610031)

[摘要] 为了对既有结构的可靠性进行正确评估, 必须考虑时间变化的影响, 对目前可靠度分析中采用的只考虑荷载随时间变化的半随机过程模型进行改进。基于结构抗力和作用效应相互独立的基本假设, 充分依据作用效应和抗力的时变特性, 考虑结构抗力为独立增量过程, 并计算了抗力的自相关系数, 得到了计算结构失效概率的近似算法, 建立了结构时变可靠度计算的全随机过程模型。通过实例验证, 该方法简单易行, 便于工程应用, 为基于时变可靠度理论的既有结构评估和寿命预测提供理论依据。

[关键词] 既有结构; 随机过程; 时变可靠度; 作用效应; 抗力衰减

[中图分类号] TU311.2 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2010)03-0108-05

1 前言

随着结构可靠性理论研究的深入, 目前其重点正由为设计用的时不变可靠度向结构生命全过程(建造、使用、维修、老化等)的时变可靠度转变^[1]。结构时变可靠度计算是一个非常复杂的问题, 国内外学者都进行了大量的研究, 文献[1~3]都将随机过程模型直接转换为随机变量模型进行求解, 但给出的计算结构失效概率公式是一个高维积分, 计算复杂。因此, 笔者给出一种简便实用的方法, 以方便工程应用。

2 现有结构可靠性数学模型

传统的结构可靠性计算基于三方面的假设^[4]: a. 抗力和荷载效应相互独立假设; b. 抗力与荷载效应的随机变量假设; c. 串并联系统假设。我国《建筑结构设计统一标准》^[5]在结构抗力和荷载效应的处理上基于上述假设, 采用的可靠度计算模型为半随机过程模型, 结构的极限状态方程表示为:

$$Z(t) = R - S(t) \quad (1)$$

式(1)中, R 为结构的抗力; $S(t)$ 为作用效应随机过程; $Z(t)$ 为极限状态随机过程。式(1)称为

可靠性计算的半随机过程模型, 它考虑了结构的作用效应具有时间变异性, 将其处理为随机过程, 而将结构的抗力仍视为随机变量。因此, 这一模型完全属于结构可靠性的静态模型。

既有结构在使用过程中, 结构的性能受荷载作用、环境作用和结构材料内部作用的影响, 结构性能随时间的变化是一个复杂的物理、化学和力学损伤过程。因此, 必须用随机过程来模拟结构的抗力, 于是既有结构的功能函数表示为:

$$Z(t) = R(t) - S(t) \quad (2)$$

相对式(1)而言, 式(2)称为结构可靠性的“全随机过程模型”, 它是结构可靠性的动态计算模型。

3 结构抗力的随机过程模型

3.1 既有结构抗力退化模型

目前, 结构抗力常用的时变模型主要有: a. 直接转换为各阶段的随机变量的抗力模型, 是用随机过程的某时刻截面随机变量代替随机过程, 该模型并不能反映抗力各个时刻相关性等随机特征。b. 用某类确定性函数^[6]表示随时间变化的衰减, 将非平稳随机过程转换为平稳随机过程模型。该模型在确定性函数中存在大量的随机变量, 各个随机变

[收稿日期] 2008-11-19

[作者简介] 杜 斌(1982-), 男, 贵州普安县人, 西南交通大学博士研究生, 研究方向为桥梁施工控制及既有桥梁健康监测;
E-mail: bindu1982@126.com

量的时变函数要通过大量工程统计后获得,而且并没有充分利用既有结构已有的信息。c. 简化并考虑各时点相关性的独立增量随机过程^[3]。该模型是利用当前时刻的实测值对设计抗力随机过程模型做出修正,假定的是建成时刻的抗力随机过程模型,再用实测值去修正,从而形成了既有结构在未来继续使用阶段的抗力随机过程模型。对于既有结构,这一模型充分利用了既有结构相当于新建结构的样本实现这一特性,也体现了既有结构可靠度与新建结构可靠度计算的区别。

3.2 结构抗力的独立增量过程模型

结构在各时点的抗力存在相关性,但其相关性的分析具有很大的难度。为避免分析结构随机抗力之间的相关性,可考虑各时刻的抗力增量之间相互独立,以此建立抗力的随机过程模型。

设当前 τ'_0 处的抗力 $R(\tau'_0)$ 是一随机变量,其均值为 $E[R(\tau'_0)]$,方差为 $D[R(\tau'_0)]$,既有结构的抗力随机过程为 $R(t)$ 。设计的拟建结构抗力随机过程为 $R_0(t)$,其均值为 $E[R_0(t)]$,方差为 $D[R_0(t)]$,在统计和理论意义上,当前时刻 τ'_0 处的抗力 $R(\tau'_0)$ 的均值 $E[R(\tau'_0)]$ 和 $D[R(\tau'_0)]$ 应分别等于设计结构的抗力 $R_0(t)$ 在当前时刻 τ'_0 的均值函数值 $E[R_0(\tau'_0)]$ 和 $D[R_0(\tau'_0)]$,结构抗力随机过程 $R(t)$ 为:

$$R(t) = R(\tau'_0) + [R_0(t) - R_0(\tau'_0)] \quad (3)$$

既有结构抗力随机过程 $R(t)$ 的均值函数 $E[R(t)]$ 和 $D[R(t)]$ 分别为:

$$E[R(t)] = E[R(\tau'_0)] + E[R_0(t)] - E[R_0(\tau'_0)] \quad (4)$$

$$D[R(t)] = D[R(\tau'_0)] + D[R_0(t)] - D[R_0(\tau'_0)] \quad (5)$$

设 $R(t)$ 也为独立增量过程,且 $R(t)$ 的自相关系数为:

$$\rho[R(t + \Delta t), R(t)] = \frac{D[R(t)]}{D[R(t + \Delta t)]} \quad (6)$$

式(4)~(6)是已知结构设计抗力随机过程的均值函数和方差函数,及当前时刻实测样本值的前提下,既有结构的抗力在未来继续服役期 $t \in [\tau'_0, \tau'_0 + T']$ 时段内的均值和方差及自相关系数函数的计算公式。

4 荷载作用效应的随机过程模型

对于既有结构,一般将结构中几种荷载统一模

型化为平稳二项随机过程的等时段矩形波模型 $\{Q(t), t \in [0, T]\}$,且将其按非负随机变量考虑^[7],故须将荷载随机过程 $Q(t)$ 转换为设计基准期 T 内的最大荷载随机变量 Q_T ,即:

$$Q_T = \max_{0 \leq t \leq T} Q(t), (t \in [0, T]) \quad (7)$$

对于既有结构,式(7)中的 T 应该改为 T' ,即 $t \in [\tau'_0, \tau'_0 + T']$,其中 T' 是既有结构继续服役基准期,为一个待定量; τ'_0 为评估的当前时刻。在 $[\tau'_0, \tau'_0 + T']$ 时间段,设在每一个时刻 τ 上,荷载出现的概率为 p ,则在 τ 时段上 $Q(t)$ 的概率分布 $F_{Q_T}(x)$ 由两个基本事件组成。一个是 $Q(t)$ 以概率 p 出现,其小于 x 的概率为 $pF_Q(x)$, $F_Q(x)$ 为任意时点荷载 Q 的概率分布函数;另一个是 $Q(t)$ 以概率 $(1-p)$ 不出现,在 $Q(t)$ 不出现的条件下,其小于 x 的条件概率为1,用全概率公式, $F_{Q_T}(x)$ 表示为:

$$F_{Q_T}(x) = P\{Q(t) \leq x, t \in \tau\} = pF_Q(x) + (1-p) \cdot 1 - p[1 - F_Q(x)] \quad (x \geq 0), t \in [\tau'_0, \tau'_0 + T'] \quad (8)$$

结构继续服役基准期为 T' ,最大荷载 Q_T 的概率分布函数 $F_{Q_T}(x)$ 由极值分布原理推求:

$$F_{Q_T}(x) = P\{Q_T < (x)\} = P\{ \max_{\tau_0 \leq t \leq \tau_0 + T'} Q(t) < x \} = P\{ x_1 < x, x_2 < x, \dots, x_r < x, t \in [\tau'_0, \tau'_0 + T'] \} = \prod_{j=1}^r P[Q(t) < x, x \in \tau_j] = \prod_{j=1}^r \{ 1 - p[1 - F_Q(x)] \} = \{ 1 - p[1 - F_Q(x)] \}^r, x \geq 0 \quad (9)$$

式(9)中, r 为基准期 T' 内的总时段数,若 $p = 1$,即荷载在每一时段必须出现,则

$$F_{Q_T}(x) = [F_Q(x)]^r \quad (10)$$

若 $p \neq 1$,且 $p[1 - F_Q(x)]$ 充分小时,对于 $p < 1$ 的情况,可给出偏安全的形式为:

$$F_{Q_T}(x) = [F_Q(x)]^{pr} \quad (11)$$

式(11)中, $pr = m_{T'}$, $m_{T'}$ 是对应于 T' 内的荷载平均出现次数,故有:

$$F_{Q_T}(x) = [F_Q(x)]^{m_{T'}} \quad (12)$$

这样就建立了服役结构荷载的随机过程概率模型。

5 既有结构构件时变可靠度分析的近似算法

设构件的极限状态功能函数随机过程为:

$$Z(t) = g[R(t), S(t)] = R(t) - S(t) \quad (13)$$

式(13)中, $R(t)$ 和 $S(t)$ 分别为结构抗力和荷载效应随机过程。在设计基准期 T 内结构的可靠概率为:

$$P_s(T) = P\{Z(t) > 0, t \in [0, T]\} = P\{R(t) > S(t), t \in [0, T]\} \quad (14)$$

式(14)说明,在 $[0, T]$ 内每一时刻 t 的 $R(t) > S(t)$ 时,才能使结构处于可靠状态,其相应的失效概率为:

$$P_f(T) = 1 - P_s = P\{R(t_i) > S(t_i), t_i \in [0, T]\} \quad (15)$$

根据文献[1],考虑永久荷载 G 和多个可变荷载组合,可用一次二阶矩方法求解式(15)的失效概率。对于既有结构构件,考虑到抗力与荷载效应的时变性,式(14)或(15)中的 $R(t)$ 和 $R(t_i)$ 是随时间变化的,而且 $R(t)$ 在当前时刻 τ'_0 处具有实测值。

设既有结构构件的永久荷载效应为 G ,可变荷载效应为 $Q(t)$,则其在未来继续服役期 $[\tau'_0, \tau'_0 + T']$ 内的失效概率可以表示为:

$$P_f(T') = P\{R(t_i) - G - Q(t_i) < 0, t_i \in [\tau'_0, \tau'_0 + T']\} = P\{\min[R(t_i) - G - Q(t_i)] < 0, t_i \in [\tau'_0, \tau'_0 + T']\} \quad (16)$$

式(16)中, $R(t_i)$ 为服役构件任一时刻 t_i 的抗力; $Q(t_i)$ 为其任一时刻 t_i 的可变荷载效应。由公式(16)可知,构件相当于由串联系统组成,根据近似计算方法得到的结构失效概率为^[7]:

$$P_f(T') = 1 - P_s\{Z(T') > 0\} = 1 - P_s\left\{\bigcap_{i=1}^n [Z(\tau) > 0]\right\} \approx 1 - \Phi_n(\bar{\beta}, \bar{\rho}) \quad (17)$$

相应的可靠度(失效概率)可由式(18)计算:

$$P_s(T') \approx 1 - \Phi_n(\bar{\beta}, \bar{\rho}) \quad (18)$$

其中, $\beta = [\beta(t_{i1}), \beta(t_{i2}), \beta(t_{i3}), \dots, \beta(t_{in})]^T$; $\beta(t_{ii}) = \Phi^{-1}\{P_s[R(t_i) - G - Q(t_i) > 0]\}$

$$\rho = [\rho(Z_i, Z_j)]_{n \times n}$$

式(18)中, β 是由各等时段的可靠指标形成的向量; ρ 是各等时段功能函数之间的相关系数矩阵; $\Phi_n(\cdot, \cdot)$ 是 n 维标准正态分布函数; $\Phi^{-1}(\cdot, \cdot)$ 是 $\Phi(\cdot, \cdot)$ 的反函数。

根据独立增量过程分析, $\rho = [R(t_i), R(t_j)]$,

其相关系数相差不大,为进一步简化计算,此时可引入平均相关系数 $\bar{\rho}$ 以简化式(18)的计算:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j,t \neq j} \rho(Z_i, Z_j) \quad (19)$$

则式(18)可改写为:

$$P_f(T') \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) \prod_{i=1}^n \left\{ \Phi \left[\frac{\beta(t_i) - \sqrt{\rho t}}{\sqrt{1 - \bar{\rho}}} \right] \right\} dt \quad (20)$$

式(20)中, $\varphi(t)$ 为标准正态分布函数。

6 算例

某钢筋混凝土梁^[8],已使用 20 年,经过检测后得出该梁的均值和方差函数分别表示为 $E[R(t)] = 60 \exp(-5.183 \times 10^{-5} t^2) - 6.5, D[R(t)] = 200 \exp(1.183 \times 10^{-4} t^2)$ (kN·m)。若该梁恒荷载 G 的均值为 $\mu_c = 31.13$ (kN·m),均方差为 $\sigma_c = 2.179$ (kN·m),为正态分布;承受持续性活荷载的均值 $\mu_{L_i} = 2.117$ (kN·m),均方差为 $\sigma_{L_i} = 0.680$ (kN·m);承受临时性活荷载的均值 $\mu_{L_r} = 1.996$ (kN·m);均方差为 $\sigma_{L_r} = 1.058$ (kN·m),活荷载均服从极值 I 型分布。设时刻 t_i 的抗力服从对数正态分布,计算继续服役基准期 T' 年内的可靠指标。

$T' = 30$ 年,取 $\tau = 10$ 年,利用抗力独立增量过程假设,求出参数 $E[R(t_i)], D[R(t_i)], \rho[R(t_i), R(t_j)]$ 和 $\rho[Z(t_i), Z(t_j)]$,列于表 1,均值函数 $E[R(t)]$ 和方差函数 $D[R(t)]$ 随时间变化曲线如图 1 和图 2 所示。

表 1 已服役 20 年的 $E[R(t_i)]$ 和 $D[R(t_i)]$

Table 1 The $E[R(t_i)]$ and $D[R(t_i)]$ of the beam of 20 years kN·m

t_i	$E[R(t_i)]$	$D[R(t_i)]$
20	52.269	0.000
25	51.586	2.120
30	50.766	3.501
35	40.809	4.539
40	48.725	5.534
45	47.522	6.521
50	46.280	7.517

从图 1 和图 2 可以看出,均值函数为单调降函数,方差函数为单调增函数。按照 $t_i = (i-0.5)\tau$,并假定两个可变荷载效应相互独立,利用抗力独立增量过程的假设,计算抗力相关系数见表 2。

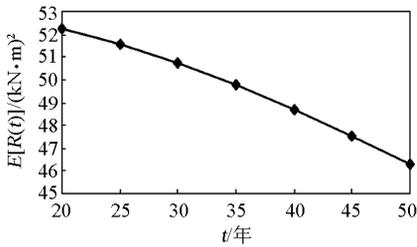


图1 均值函数 $E[R(t)]$ 曲线

Fig.1 The photography of $E[R(t)]$

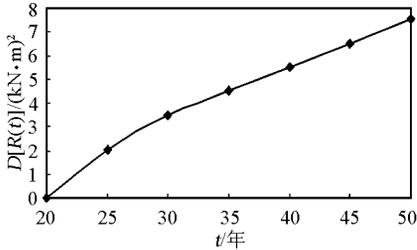


图2 方差函数 $D[R(t)]$ 曲线

Fig.2 The photography of $D[R(t)]$

表2 服役梁各时段的抗力相关系数

Table 2 The self-relevance coefficients in different periods of beam kN·m

t_i, t_j	(t_1, t_2)	(t_2, t_3)	(t_1, t_3)
$\rho[R(t_i), R(t_j)]$	0.966	0.956	0.923
$\rho[Z_i, Z_j]$	0.841	0.911	0.783

根据结构可靠度计算的一次二阶矩法,按 $\beta(t_i) = \Phi^{-1}[P_s\{R(t_i) - G - Q(t_i) > 0\}]$ ($i = 1, 2, 3$) 计算出 $\beta(t_i)$ 分别为: $\beta(t_1) = 4.173$, $\beta(t_2) = 2.756$, $\beta(t_3) = 1.781$ 。用公式计算 $i = 3$ 时的平均相关系数为 $\bar{\rho} = 0.845$, 用积分公式计算该梁可靠指标及相应的失效概率,并与文献[4]的方法做了对比,其失效概率变化曲线如图3所示。

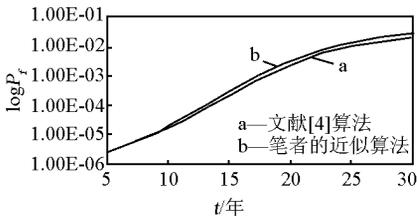


图3 服役梁的时变失效概率

Fig.3 The failure probability of existing beam

由图3可知,笔者提出的近似算法的结果与文献[3]的方法较为接近,都是可行的。从梁的时变失效概率变化曲线来看,随着时间的增加,失效概率显著增大,与实际情况相符合,证实了计算结构时变失效概率近似算法的可行性,也反映了采用全随机过程模型对既有结构进行时变可靠度分析的必要性。

7 结语

现有结构可靠性分析方法基于两个基本假设的半随机过程模型方法,没有考虑结构使用过程中抗力和荷载效应的时变性。文章依据既有结构抗力和作用效应的时变特性,利用抗力的独立增量过程模型,建立了既有结构时变可靠度计算的全随机过程模型,根据串联系统的假设,得出计算结构失效概率的近似算法,结果表明,随着时间的增加,失效概率显著增大,与实际情况相符合,证实了计算结构时变失效概率近似算法的可行性,为基于时变可靠度理论的既有结构评估和寿命预测提供依据。

参考文献

- [1] Geidl V, Aaunders S. Calculation of reliability for time-varying loads and resistances [J]. Structural Safety, 1987, 4(4): 44-48
- [2] Mori Y, Ellingwood R. Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling [J]. Structural Safety, 1993, 12(1): 59-73
- [3] 贡金鑫. 钢筋混凝土结构基于可靠度的耐久性分析[D]. 大连:大连理工大学, 1999
- [4] 刘西拉. 结构工程学科现状与未来[M]. 北京:人民交通出版社, 1997
- [5] 中国建筑工业出版社. 建筑结构可靠度设计统一标准 GB 50068-2001. [S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2001
- [6] 李桂青, 李秋胜. 工程结构时变可靠度理论及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2003
- [7] 张俊芝. 在役工程结构和工程系统可靠性理论及应用[D]. 武汉:武汉理工大学, 2001
- [8] “八五”国家科技攻关专题(85-924-01-04-02). 服役结构抗力衰减模型与可靠性研究[R]. 西安:西安建筑科技大学, 1995

Fully stochastic analysis method for structural time-independent reliability

Du Bin, Xiang Tianyu, Zhao Renda

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

[**Abstract**] In order to effectively evaluate existed bridges' reliability, the effect of bridge service time on bridge reliability was considered. To extend the so-called semi-stochastic process model for specified in the design code in analysis reliability for existing structure, assuming that the structural resistances and the action effects are independent, based on the characteristics of the resistance and action effects variation with time, considering the resistance is an independent increment process and calculating the self-revelation coefficient of resistance, an approximate algorithm of failure probability was developed. And a fully stochastic process model was developed to analysis time-dependent reliability. Through the example, this method is simple and convenient and can supply a basis for structural assessment and service life prediction.

[**Key words**] existing structure; stochastic process; time-dependent reliability; action effects; resistance deterioration

(上接 107 页)

Effective optimization and uncertainty assessment of Xin' anjiang model parameters

Wang Wenchuan^{1,2}, Cheng Chuntian¹, Qiu Lin², Yang Binbin¹

(1. Institute of Hydropower System and Hydroinformatics, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116085, China; 2. Faculty of Water Conservancy Engineering, North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450011, China)

[**Abstract**] While Xin' anjiang model is applied to simulate hydrograph, the "best" parameter set calibrated may be not unique and uncertain because of model limitation, more parameters and limited information. Considering previously parameter optimization of Xin' anjiang model, there is only a unique "best" parameter set to be found and it doesn't describe uncertainty of parameter. This paper presents using SCEM-UA algorithm based Markov Chain Monte Carlo (MCMC) methods for optimization and uncertainty assessment of Xin' anjiang model parameters by means of 36 historical floods data with one hour interval. The results demonstrate that SCEM-UA algorithm is well suited to infer the posterior distribution of Xin' anjiang model parameters. The results of calibration and validation indicate that it is feasible and effective for optimization and uncertainty assessment of Xin' anjiang model parameters.

[**Key words**] Xin' anjiang model; calibration parameter; uncertainty assessment; SCEM-UA