

深水钻井隔水导管挠曲方程和固有频率的计算及其研究

姜 伟

(中国海洋石油总公司,北京 100027)

[摘要] 从深水钻井应用的隔水导管的使用实际情况出发,应用弹塑性力学中的位移复分原理的 Ritz 法,考虑了隔水导管所受到的轴向张力 T 和隔水导管受力产生的倾角 α 以及由于自重 q 所产生的自重横向分力 $q\sin\alpha$ 和轴向分力 $q\cos\alpha$,建立了较为合理的挠曲方程,并且由此得到隔水导管的固有振动频率的简易计算求解方法。由于该挠曲方程结合了钻具的实际情况,其挠曲方程的约束条件采用的是一端铰支、一端自由的形式,因此其研究更接近实际情况,研究旨在为深水钻井隔水导管的合理使用设计和选择,提供一种更快更实用的方法,对深水钻井作业有一定的指导意义。

[关键词] 深水钻井;隔水导管;挠曲方程;固有频率;形状函数

[中图分类号] TE242 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2011)05-0066-08

1 前言

在深水钻井问题的研究中,深水钻井隔水导管是一个不可避免的问题,由于在深水作业时,隔水导管是连接海底与水面钻井装置的唯一通道,因此,隔水导管在整个深水钻井过程中的作用就显得尤为重要。同时,由于深水隔水导管还要担负着建立钻井液的循环通道和建立海底水下防喷器和水面钻井装置的控制设施的连接等重要职能。合理地使用隔水导管一直是钻井工作中的重要问题之一。从运动状态上考虑,隔水导管在海底一端的运动受水下井口的约束,在海面的一端受钻井装置的约束,隔水导管本身受到因顶部张力和自重产生的横向分力和轴向分力的影响,同时受到作业水域里海流的冲击作用力,另外,还受到由于钻井装置运动所产生的对于隔水导管串联运动的影响。因此,对于隔水导管的挠曲方程的认识和考虑还要深入地开展研究,文献[1]对隔水导管考虑到了横向均布载荷,但是没有考虑由于自重产生的轴向分力的影响,同时其挠曲

方程模型的建立均把隔水导管的两端当做固定的铰支承来考虑。

根据隔水导管使用的实际情况,对于隔水导管的支撑约束情况,再做进一步的研究,从而得出更加符合实际情况的挠曲方程,以开展隔水导管有关问题的研究。

2 深水钻井隔水导管挠曲方程的建立

在研究深水钻井隔水导管问题的过程中,根据隔水导管的实际使用情况,在图 1 中可以发现其主要特点如下:

1) 隔水导管的顶部受到所施加的张力 P (kN) 的作用;

2) 隔水导管最上端是跟钻井装置联系在一起的,由于钻井装置本身还要受到海流运动影响产生漂移,因此,其隔水导管上端不是一个铰支承和固定支承,而是一个受漂移量限制的自由端;

3) 隔水导管底部是连接在水下井口和防喷器上的,显然将其视为固定的铰支承是合理的;

[收稿日期] 2011-04-15

[基金项目] 国家“863”“深水表层钻井关键技术及装备研究”研究课题(SQ2007AA09XD141065)

[作者简介] 姜 伟(1955—),男,河北宁晋县人,高级工程师,主要研究方向为海洋石油钻井完井工程;E-mail: jiangwei@cnooc.com.cn

4) 由于海面上的钻井装置受到海流作用要产生漂移, 因此带动在水面井口固定的隔水导管上部产生关联漂移运动, 进而使隔水导管上部产生因漂移而产生的位移 δ , 同时也因位移产生了隔水导管轴线和垂线之间的倾角 α ;

5) 由于隔水导管本身还具有重量 q (N/m), 同时, 在倾角产生的条件下, 自重 q 将会产生轴向上的分力 $q \cos \alpha$ 和垂直于轴线方向的水平分力 $q \sin \alpha$, 这两个正交分力都作用在隔水导管上;

6) 沿隔水导管的轴线方向建立坐标系, 由此可以得到其受力和变形的模型。

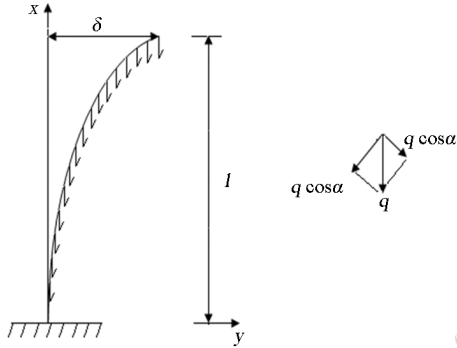


图 1 隔水导管受力模型

Fig. 1 Force model of impermeable tube

由文献[2]可知, 对于图 1 计算的受力和变形模型, 可以建立其挠曲方程, 用三角级数的形式表示更为简便, 此时我们取其复形挠曲方程为^[3]

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[1 - \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right] \quad (1)$$

式(1)中, a_n 为挠度曲线最大纵坐标量; n 为隔水导管自由振动的共振阶数; l 为隔水导管从海底至顶部的长度, m。

挠曲变形的复变能为

$$u_1 = \frac{1}{2} EI \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2)$$

式(2)中, I 为极惯性矩, $I = 3.14(OD^4 - ID^4)/32$, m^4 ; E 为隔水导管钢材弹性模量, N/m^2 , 通常情况下, $E = 2.058 \times 10^5$ MPa。

因此, 对式(1)求出二阶导数以后, 代入式(2)中进行积分, 可得

$$u_1 = \frac{1}{32l^3} EI a_n^2 \pi^3 \{ 2 \sin n \pi \cos n \pi \cdot (-8n^3 + 12n^2 - 6n + 2) +$$

$$\pi [1 + 8(2n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 2n)] \} \quad (3)$$

如图 1 中所示, 梁在弯曲时, 其挠度曲线长度和弦长之差^[4]为

$$\lambda = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (4)$$

对式(1)求导, 然后代入式(4)可得

$$\lambda = \frac{1}{64l^3} a_n^2 \pi^2 [2 \sin n \pi \cos n \pi (-8n^3 + 12n^2 - 6n + 1) + \pi (16n^4 - 32n^3 + 24n^2 - 8n + 1)] \quad (5)$$

由复数 a_n 的增量 da_n 引起的位移增量为

$$d\lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial a_n} da_n = \frac{1}{32l^3} a_n \pi^3 \cdot$$

$$[2 \sin n \pi \cos n \pi (1 - 6n + 12n^2 - 8n^3) + \pi (1 - 8n + 24n^2 - 32n^3 + 16n^4)] da_n \quad (6)$$

轴向力 T 做功, 因为 $W_p = Pd\lambda$, 注意到此时轴向力为轴向张力, 是拉伸力, 做负功, 所以:

$$W_T = -Pd\lambda = \frac{1}{32l^3} P a_n \pi^3 \cdot$$

$$[2 \sin n \pi \cos n \pi (8n^3 - 12n^2 + 6n - 1) - \pi (16n^4 + 32n^3 - 24n^2 + 8n - 1)] da_n \quad (7)$$

由隔水导管自重产生的轴向分力做功为

$$W_{qc} = - \int_0^l q \cos \alpha dx dx =$$

$$- \frac{1}{32l^2} q \cos \alpha \cdot a_n \pi^3 [2 \sin n \pi \cos n \pi \cdot (1 - 6n + 12n - 8n^3) + (1 - 8n + 24n^2 - 32n^3 + 16n^4)] da_n \quad (8)$$

由隔水导管自重产生的横向均布载荷 $q \sin \alpha$ 做功为

$$W_{qs} = \int q \sin \alpha \left[1 - \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right] dx da_n = \frac{ql \sin \alpha (2 \cos n \pi + 2n \pi - \pi)}{(2n-1)\pi} da_n \quad (9)$$

由文献[2]可知: 弹性系统中, 对于其平衡位置做一微小位移, 此系统位能的增量就等于外力在此系统位移下所做的功。因此, 应变能增量应等于轴向力 T 做功, 隔水导管轴向分力 $q \cos \alpha$ 所做的功以及横向分力 $q \sin \alpha$ 所做的功之和, 即为

$$u_1 = -W_T + W_{qs} - W_{qc} \quad (10)$$

将式(3)、式(7)至式(9)代入式(10)可得

$$\begin{aligned}
& - \frac{EI a_n^2 \pi^3}{32l^3} \{ 2 \sin n \pi \cos n \pi (-8n^3 + 12n^2 - 6n + 1) + \pi [8(2n^4 - 4n^3 + 3n^2 - n) + 1] \} = \\
& - \frac{P a_n \pi^3}{32l^3} [2 \sin n \pi \cos n \pi (-8n^3 - 12n^2 + 6n - 1) - \pi (16n^4 + 32n^3 - 24n^2 + 8n - 1)] da_n \\
& - \frac{ql \cos \alpha}{32l^2} a_n \pi^3 [2 \sin n \pi \cos n \pi (8n^3 - 12n^2 + 6n - 1) - \pi (16n^4 + 32n^3 - 24n^2 + 8n - 1)] da_n \\
& + \frac{ql \sin \alpha}{(2n-1)\pi} [2(\cos n \pi + n \pi) - \pi] da_n \tag{11}
\end{aligned}$$

由此可以解得

$$\begin{aligned}
a_n = \frac{32ql^4 \sin \alpha [2(\cos n \pi + n \pi) - \pi]}{\pi^4 \{ \sin n \pi \cos n \pi [P(64n^3 - 48n^2 + 16n - 2 - 32n^4) + EI(128n^3 - 96n^2 + 32n - 4 - 64n^4) + \\ ql \cos \alpha (64n^3 - 48n^2 + 16n - 2 - 32n^4)] + \pi [P(32n^5 - 80n^4 + 80n^3 - 40n^2 + 10n - 1) + \\ EI(64n^5 - 160n^4 + 160n^3 - 80n^2 + 20n - 2) + ql \cos \alpha (32n^5 - 80n^4 + 80n^3 - 40n^2 + 10n - 1)] \} } \tag{12}
\end{aligned}$$

在式(12)中,令:

$$K_4 = 32n^5 - 80n^4 + 80n^3 - 40n^2 + 10n - 1 \tag{16}$$

$$K_1 = -32n^4 + 64n^3 - 48n^2 + 16n - 2 \tag{13}$$

$$K_5 = 64n^5 - 160n^4 + 160n^3 - 80n^2 + 20n - 2 \tag{17}$$

$$K_2 = -64n^4 + 128n^3 - 96n^2 + 32n - 4 \tag{14}$$

$$K_6 = 32n^5 - 80n^4 + 80n^3 - 40n^2 + 10n - 1 \tag{18}$$

$$K_3 = -32n^4 + 64n^3 - 48n^2 + 16n - 2 \tag{15}$$

因此,将式(13)至式(18)代入式(12)可得

$$a_n = \frac{qp^4 \sin \alpha [2(\cos n \pi + n \pi) - \pi]}{\pi^4 \{ \sin n \pi \cos n \pi [PK_1 + EIK_2 + qp \cos \alpha K_3] + \pi [PK_4 + EIK_5 + qp \cos \alpha \cdot K_6] \} } \tag{19}$$

将式(19)代入式(1)得隔水导管挠曲方程为

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{32qp^4 \sin \alpha [2(\cos n \pi + n \pi) - \pi]}{\pi^4 \{ \sin n \pi \cos n \pi [PK_1 + EIK_2 + qp \cos \alpha K_3] + \pi [PK_4 + EIK_5 + qp \cos \alpha \cdot K_6] \} } \left[1 - \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right] \tag{20}$$

特殊地,当 $n=1$ 时,式(20)可以变成:

说明该挠度最大发生在导管端部,这符合实际情况。

$$y = \frac{32ql^4 \sin \alpha (\pi - 2)}{EI \pi^5 \left[2 + \frac{1}{EI \pi^5} (P + ql \cos \alpha) \right]} \left[1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right] \tag{21}$$

观察式(21),不难发现有以下特点:

3 深水隔水导管固有频率计算方程

在求解得出隔水导管挠曲方程以后,不难求得其固有频率,按照文献[3]的方法可知,在研究梁的挠曲方程后知道,其固有频率(s^{-1})的计算方程为

1) 隔水导管的挠度曲线方程在考虑到横向分力载荷 $q \sin \alpha$ 和轴向载荷 P 以及轴向分力载荷 $q \cos \alpha$ 的情况下,与文献[4]有相类似的形式。

$$\omega^2 = \frac{gu_1}{u_2} = \frac{g \int_0^l qy dx}{\int_0^l qy^2 dx} \tag{23}$$

2) 隔水导管的挠度与导管长度 l 、导管自重 q 成正比,与轴向载荷 P 和轴向分力载荷 $q \cos \alpha$ 成反比,这从另一方面告诉我们,增大张力环上的张紧力或者增加导管自重均可以降低挠度。

显然,将挠度曲线 y 的方程代入式(23),即可求得

3) 当 $x=l$ 时, $\cos \frac{\pi x}{2l} = 0$, $y = y_{\max}$, 此时挠曲方程中的最大挠度为

$$\begin{aligned}
u_1 = \int_0^l qy dx = \int_0^l qa_n \left[1 - \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right] dx = \\ \frac{qla_n [2(\cos n \pi + n \pi) - \pi]}{(2n-1)\pi} \tag{24}
\end{aligned}$$

同理可得

$$y_{\max} = \frac{32ql^4 \sin \alpha (\pi - 2)}{EI \pi^5 \left[2 + \frac{1}{EI \pi^5} (P + ql \cos \alpha) \right]} \tag{22}$$

$$u_2 = \int_0^l qy^2 dx = \int_0^l qa_n^2 \left[1 - \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right]^2 dx = \frac{qla_n^2 [2\cos n\pi(4 - \sin n\pi) + 3(2n-1)\pi]}{2(2n-1)\pi} \quad (25)$$

将式(24)和式(25)代入式(23),可得

$$\omega = 1.414 \sqrt{\frac{g[2\cos n\pi + (2n-1)\pi]}{a_n[2\cos n\pi(4 - \sin n\pi) + 3(2n-1)\pi]}} \quad (26)$$

将式(12)代入式(26)又得

$$\omega = 0.25 \sqrt{\frac{g\pi^4 [\sin n\pi \cos n\pi (PK_1 + EIK_2 + ql\cos \alpha K_3) + \pi(PK_4 + EIK_5 + ql\cos \alpha K_6)] [2\cos n\pi + (2n-1)\pi]}{ql^4 \sin \alpha [2\cos n\pi + 2n\pi - \pi] [2\cos n\pi(4 - \sin n\pi) + 3(2n-1)\pi]}} \quad (27)$$

由于式(27)比较繁杂,虽然经过简化处理,但使用起来仍不方便,考虑到我们在计算固有频率时常常将前 n 阶频率进行计算和考查,因此,我们可以在式(27)中取其前 3 阶固有频率进行计算,这样就十分方便了,因此,特殊地,

当 $n=1$ 时,为一阶振动固有频率

$$\omega = 0.25 \sqrt{\frac{g\pi^5(P + 2EI + ql\cos \alpha)}{ql^4 \sin \alpha(3\pi - 8)}} \quad (28)$$

当 $n=2$ 时,为二阶振动固有频率

$$\omega = 0.25 \sqrt{\frac{243g\pi^5(P + 2EI + ql\cos \alpha)}{ql^4 \sin \alpha(9\pi + 8)}} \quad (29)$$

当 $n=3$ 时,为三阶振动固有频率

$$\omega = 0.25 \sqrt{\frac{3125g\pi^5(P + 2EI + ql\cos \alpha)}{ql^4 \sin \alpha(15\pi - 8)}} \quad (30)$$

当 $n=4$ 时,为四阶振动固有频率

$$\omega = 0.25 \sqrt{\frac{16807g\pi^5(P + 2EI + ql\cos \alpha)}{ql^4 \sin \alpha(21\pi + 8)}} \quad (31)$$

当 $n=5$ 时,为五阶振动固有频率

$$\omega = 0.25 \sqrt{\frac{59049g\pi^5(P + 2EI + ql\cos \alpha)}{ql^4 \sin \alpha(27\pi - 8)}} \quad (32)$$

至此,得出了计算深水隔水导管固有频率的计算公式,观察式(26),可以发现其特点如下:

1) 隔水导管的固有振动频率与轴向张力 P 和隔水导管的抗弯模量 EI 均成正比。

2) 隔水导管的固有振动频率与其长度 l^4 成反比,也就是说隔水导管的固有振动频率随其长度的 4 次方的增加而降低。

3) 随着振动阶数的增加,前 3 阶振动频率明显增加,并且增加幅度在 3 倍以上。

4 挠曲方程及其固有频率的研究及分析

在文献[5]中,采用的隔水导管挠曲变形的形状函数是:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (33)$$

用这种函数所得出的挠曲方程为

$$y = \frac{-2ql^4 \sin \alpha}{EI \pi^5} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\cos n\pi - 1)}{n^3 \left[n^2 + \frac{l^2}{EI \pi^2} (P + ql\cos \alpha) \right]} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (34)$$

当 $n=1$ 时

$$y = \frac{4ql^4 \sin \alpha}{EI \pi^5 \left[1 + \frac{l^2}{EI \pi^2} (P + ql) \right]} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (35)$$

当 $x = \frac{l}{2}$ 时, $y = y_{\max}$, 此时的最大挠度发生在梁的中部,即

$$y_{\max} = \frac{4ql^4 \sin \alpha}{EI \pi^5 \left[1 + \frac{l^2}{EI \pi^2} (P + ql) \right]} \quad (36)$$

这说明:

1) 在文献[5]中,将隔水导管视为两端铰定模式,其最大挠度必然是在在两铰定点的中点处且最大值为式(34)所示的情况。

2) 采用一端固定在海底,而另一端由张力器悬挂在漂浮式钻井平台上,随平台运动而运动,理论上讲,这种模式的最大挠度发生上端部的随平台运动,如式(22)所示,这种情况与实际情况是相符合的。

3) 在漂浮式钻井装置有良好的定位系统工作,水面上的隔水导管漂移量很小时,笔者认为取文献[3]的挠曲方程式(32)及其固有频率的计算方式是合理的。

4) 如果漂浮式钻井装置在恶劣的水域中或者是定位状态不够理想,隔水导管有较大的漂移量

时,则应按照笔者的挠曲方程的挠曲形状更为合理,此时其挠度应按式(20)计算,其固有频率应按式(27)计算为宜。

5)考虑到钻井作业时,需要合理选择钻杆的转速,此时我们将隔水导管的固有频率换算成钻柱的共振转速,由文献[4]可知:

$$N_n = \frac{30\omega}{\pi} \quad (37)$$

至此,将隔水导管的固有频率与钻柱的共振转速建立了内在的联系,并且以此可以指导在选择钻柱的转速时,充分考虑到隔水导管的固有频率,从而尽量避开选择柱的转速在此范围之内,就可以有效地减少和

避免隔水导管的磨损和损坏。

5 计算实例

[例1] 已知深水钻井隔水导管外径 $OD = 0.609 \text{ m}$, 内径 $ID = 577.8 \text{ mm}$, 其在空气中的重量为 $q = 572.7 \text{ kg/m}$ 。试求其在水深 $500 \sim 3000 \text{ m}$ 时隔水导管的固有频率。

解:按照管内泥浆密度为 1.3 g/cm^3 计算,同时考虑到因导管内泥浆和海水密度的差别引起的浮力作用,按照式(28)至式(32)可以得出在不同水深条件下固有频率的变化规律,详细数据见表1。

表1 609.6 mm(24")隔水导管前5阶固有频率的计算结果

Table 1 Result of preceding 5-order natural frequency of 609.6 mm (24") drilling riser

序号	隔水导管		前5阶固有频率/s ⁻¹					前5阶固有频率转速/(r·min ⁻¹)					
	长度 L/m	倾角 $\alpha/(\text{°})$	张力 T /1 000 kg	ω_1 , $n=1$	ω_2 , $n=2$	ω_3 , $n=3$	ω_4 , $n=4$	ω_5 , $n=5$	Nn_1 , $n=1$	Nn_2 , $n=2$	Nn_3 , $n=3$	Nn_4 , $n=4$	Nn_5 , $n=5$
1	500	0.1	238.6	0.34	1.05	3.64	6.14	11.3	3.3	10.1	35	58.7*	108*
2	1 000	0.1	477.2	0.09	0.26	0.91	1.54	2.84	0.8	2.5	8.7	14.7	27.1
3	2 000	0.1	954.5	0.02	0.07	0.23	0.39	0.72	0.2	0.6	2.2	3.7	6.8
4	3 000	0.1	1 431.7	0.01	0.03	0.10	0.17	0.32	0.1	0.3	1.0	1.7	3.1
1	500	0.3	238.6	0.20	0.61	2.10	3.55	6.52	1.9	5.8	20	33.9	62.3*
2	1 000	0.3	477.2	0.05	0.15	0.53	0.89	1.64	0.5	1.5	5.0	8.5	15.7
3	2 000	0.3	954.5	0.01	0.04	0.13	0.22	0.41	0.1	0.4	1.3	2.1	3.9
4	3 000	0.3	1 431.7	0.01	0.02	0.06	0.10	0.19	0.1	0.2	0.6	1.0	1.8
1	500	0.5	238.6	0.15	0.47	1.63	2.75	5.05	1.5	4.5	16	26.2	48.3*
2	1 000	0.5	477.2	0.04	0.12	0.41	0.69	1.27	0.4	1.1	3.9	6.6	12.1
3	2 000	0.5	954.5	0.01	0.03	0.10	0.17	0.32	0.1	0.3	1.0	1.7	3.1
4	3 000	0.5	1 431.7	0.00	0.01	0.05	0.08	0.14	0.0	0.1	0.4	0.7	1.4
1	500	1	238.6	0.11	0.33	1.15	1.94	3.57	1.0	3.2	11	18.6	34.1
2	1 000	1	477.2	0.03	0.08	0.29	0.49	0.90	0.3	0.8	2.8	4.7	8.6
3	2 000	1	954.5	0.01	0.02	0.07	0.12	0.23	0.1	0.2	0.7	1.2	2.2
4	3 000	1	1 431.7	0.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.0	0.1	0.3	0.5	1.0
1	500	3.0	238.6	0.06	0.19	0.67	1.12	2.06	0.6	1.8	6.4	10.7	19.7
2	1 000	3.0	477.2	0.02	0.05	0.17	0.28	0.52	0.1	0.5	1.6	2.7	5.0
3	2 000	3.0	954.5	0.00	0.01	0.04	0.07	0.13	0.0	0.1	0.4	0.7	1.2
4	3 000	3.0	1 431.7	0.00	0.01	0.02	0.03	0.06	0.0	0.1	0.2	0.3	0.6
1	500	5.0	238.6	0.05	0.15	0.52	0.87	1.60	0.5	1.4	4.9	8.3	15.3
2	1 000	5.0	477.2	0.01	0.04	0.13	0.22	0.40	0.1	0.4	1.2	2.1	3.8
3	2 000	5.0	954.5	0.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.0	0.1	0.3	0.5	1.0
4	3 000	5.0	1 431.7	0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4

[例 2] 已知深水钻井隔水导管外径 $OD = 0.762 \text{ m}$, 内径 $ID = 0.7239 \text{ m}$, 其在空气中的重量为 $q = 689.7 \text{ kg/m}$ 。试求其在水深 $500 \sim 3000 \text{ m}$ 时隔水导管的固有频率。

解: 同理, 可以按照泥浆密度为 1.3 g/cm^3 计算其重量和浮力, 并按照式 (28) 和式 (32) 求解, 得到不同水深条件下固有频率的变化规律, 详细数据见表 2。

表 2 762 mm 隔水导管前 5 阶固有频率的计算结果

Table 2 Result of preceding 5 - order natural frequency of 762 mm drilling riser

序号	隔水导管		前 5 阶固有频率/ s^{-1}					前 5 阶固有频率转速/ $(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$					
	长度 L/m	倾角 $\alpha/(\text{°})$	张力 T /1 000 kg	$\omega_1,$ $n = 1$	$\omega_2,$ $n = 2$	$\omega_3,$ $n = 3$	$\omega_4,$ $n = 4$	$\omega_5,$ $n = 5$	$N_{n1},$ $n = 1$	$N_{n2},$ $n = 2$	$N_{n3},$ $n = 3$	$N_{n4},$ $n = 4$	$N_{n5},$ $n = 5$
1	500	0.1	368.2	0.421	1.299	4.484	7.56	13.9	4.02	12.4	42.8 *	72.3 *	133 *
2	1 000	0.1	736.5	0.106	0.326	1.125	1.90	3.49	1.01	3.11	10.74	18.1	33.3
3	2 000	0.1	1 472.9	0.027	0.082	0.283	0.48	0.88	0.25	0.78	2.70	4.6	8.4
4	3 000	0.1	2 209.4	0.012	0.037	0.126	0.21	0.39	0.11	0.35	1.21	2.0	3.75
1	500	0.3	368.2	0.243	0.750	2.589	4.37	8.03	2.32	7.16	24.7	41.7 *	76.7 *
2	1 000	0.3	736.5	0.061	0.188	0.649	1.09	2.01	0.58	1.80	6.20	10.5	19.2
3	2 000	0.3	1 472.9	0.015	0.047	0.163	0.28	0.51	0.15	0.45	1.56	2.6	4.84
4	3 000	0.3	2 209.4	0.007	0.021	0.073	0.12	0.23	0.07	0.20	0.70	1.2	2.16
1	500	0.5	368.2	0.188	0.581	2.006	3.38	6.22	1.80	5.55	19.2	32.3	59.4 *
2	1 000	0.5	736.5	0.047	0.146	0.503	0.85	1.56	0.45	1.39	4.81	8.1	14.9
3	2 000	0.5	1 472.9	0.012	0.037	0.127	0.21	0.39	0.11	0.35	1.21	2.0	3.75
4	3 000	0.5	2 209.4	0.005	0.016	0.057	0.10	0.18	0.05	0.16	0.54	0.9	1.68
1	500	1	368.2	0.133	0.411	1.418	2.39	4.40	1.27	3.92	13.55	22.8	42.0 *
2	1 000	1	736.5	0.033	0.103	0.356	0.60	1.10	0.32	0.98	3.40	5.7	10.5
3	2 000	1	1 472.9	0.008	0.026	0.089	0.15	0.28	0.08	0.25	0.85	1.4	2.65
4	3 000	1	2 209.4	0.004	0.012	0.040	0.07	0.12	0.04	0.11	0.38	0.6	1.19
1	500	3.0	368.2	0.077	0.237	0.819	1.38	2.54	0.73	2.27	7.82	13.2	24.3
2	1 000	3.0	736.5	0.019	0.059	0.205	0.35	0.64	0.02	0.07	0.23	0.4	0.72
3	2 000	3.0	1 472.9	0.005	0.015	0.052	0.09	0.16	0.01	0.03	0.10	0.2	0.32
4	3 000	3.0	2 209.4	0.002	0.007	0.023	0.04	0.07	0.01	0.02	0.06	0.1	0.18
1	500	5.0	368.2	0.060	0.184	0.635	1.07	1.97	0.07	0.21	0.72	1.2	2.23
2	1 000	5.0	736.5	0.015	0.046	0.159	0.27	0.49	0.02	0.05	0.18	0.3	0.56
3	2 000	5.0	1 472.9	0.004	0.012	0.040	0.07	0.12	0.01	0.02	0.08	0.1	0.25
4	3 000	5.0	2 209.4	0.002	0.005	0.018	0.03	0.06	0.00	0.01	0.05	0.1	0.14

[例 3] 已知, 深水钻井隔水导管外径 $OD = 0.609 \text{ m}$, 内径 $ID = 577.8 \text{ m}$, 其在空气中的重量为 $q = 572.7 \text{ kg/m}$ 。试求其在水深 $500 \sim 3000 \text{ m}$ 、张力为隔水导管自重和 3 倍自重时, 隔水导管的固有频率如何变化?

解: 仍然按照管内泥浆密度为 1.3 g/cm^3 计算, 同时考虑到导管内泥浆和海水密度差别引起的浮力作用, 按照式 (28) 至式 (32) 可以求解, 得出在不同水深条件下固有频率的变化规律, 详细数据见表 3。

表3 609.6 mm(24")隔水导管不同张力条件下前5阶固有频率的计算结果

Table 3 Result of preceding 5 - order natural frequency of 609.6 mm (24") drilling riser with different tensions

序号	隔水导管			前5阶固有频率/s ⁻¹					前5阶固有频率转速/(r·min ⁻¹)					备注
	长度 l/m	倾角 α/(°)	张力 T /1 000 kg	ω ₁ , n = 1	ω ₂ , n = 2	ω ₃ , n = 3	ω ₄ , n = 4	ω ₅ , n = 5	Nn ₁ , n = 1	Nn ₂ , n = 2	Nn ₃ , n = 3	Nn ₄ , n = 4	Nn ₅ , n = 5	
1	500	0.1	715 871.0	0.34	1.06	3.66	6.17	11.3	3.3	10.1	35	58.9	108	
2	1 000	0.1	1 431 742.1	0.09	0.27	0.92	1.56	2.86	0.8	2.6	8.8	14.9	27.3	张力为
3	2 000	0.1	2 863 484.1	0.02	0.07	0.23	0.40	0.73	0.2	0.6	2.2	3.8	7.0	3倍自重
4	3 000	0.1	4 295 226.2	0.01	0.03	0.11	0.18	0.33	0.1	0.3	1.0	1.7	3.1	
1	500	0.1	238 623.7	0.34	1.05	3.64	6.14	11.3	3.3	10.1	35	58.7	108	
2	1 000	0.1	477 247.4	0.09	0.26	0.91	1.54	2.84	0.8	2.5	8.7	14.7	27.1	张力为自重
3	2 000	0.1	954 494.7	0.02	0.07	0.23	0.39	0.72	0.2	0.6	2.2	3.7	6.8	
4	3 000	0.1	1 431 742.1	0.01	0.03	0.10	0.17	0.32	0.1	0.3	1.0	1.7	3.1	

观察表1和表2我们可以发现:

1) 倾角α对隔水导管的固有频率的影响最为明显,同时,在同样的水深和同样的隔水导管尺寸下,倾角α越小,固有频率就越高,如表1中,同样采用φ609.6 mm隔水导管,在水深500~3 000 m的条件下,当倾角为5°时,其三阶固有频率为0.01 s⁻¹,而在倾角为0.10°时,其三阶固有频率却增加了10倍,达到0.1 s⁻¹。

2) 在同样的水深和同样的倾角条件下,导管几何尺寸增大,其固有频率增加,如表1和表2中,同样在水深2 000 m、倾角为1°的条件下,当采用φ609.6 mm隔水导管时,其三阶固有频率为0.07 s⁻¹,而当采用φ762 mm隔水导管时,其三阶固有频率却增加至0.089 s⁻¹。

3) 同一几何尺寸的隔水导管,在同一固有频率的振动阶数条件下,随着水深的增加,其固有频率降低的。如表1中,φ609.6 mm隔水导管倾角为1°,在三阶固有频率条件下,500 m水深时,固有频率为3.64 s⁻¹,而在水深为3 000 m时,固有频率降低到0.1 s⁻¹。表2中,φ762 mm隔水导管倾角为1°,3阶固有频率条件下,500 m水深时,固有频率为4.484 s⁻¹,而在水深为3 000 m时,固有频率降低到0.126 s⁻¹。

4) 由表1和表2可以发现,在该研究假定条件下,要考虑到合理的钻杆转速,尽量地避免常用的钻杆转速与隔水导管的固有频率振动发生共振,对于φ609 mm和φ762 mm的隔水导管,共振多发生在500 m水深时,而在φ762 mm的隔水导管中,共振转速的点更多,这是我们在钻井作业中应该尽量选择避免的范围,否则难以保证钻柱和隔水导管的安全。

全。

5) 由表3可以发现,增加隔水导管的张力,其固有频率也略有增加,但改变隔水导管的张力,对隔水导管的固有频率变化的影响不大。当隔水导管的张力为其自重的3倍时,固有频率仅仅增加0.01~0.03 s⁻¹。同样地,增加隔水导管的张力,其固有频率条件下的转速也略有增加,但改变隔水导管的张力,对隔水导管的固有频率条件下的转速变化影响不大。当隔水导管的张力为其自重的3倍时,固有频率条件下的转速仅仅增加0.1~0.2 r/min。

6 结语

1) 根据深水隔水导管的运动形式及其漂移量的大小,可以选择不同的隔水导管挠曲的形状函数来建立其挠曲方程的基本形式,采用弹性力学中的位移变分原理的Ritz法可以建立并求解隔水导管的挠曲方程。

2) 结合深水钻井平台定位的实际情况,假定隔水导管一端固定在海底,另一端是悬挂在漂浮式钻井平台上而产生漂移的,所建立的一端铰支、另一端自由的挠曲形式,基本反映了隔水导管的运动形式,并且具有一定的合理性。

3) 在端部漂移较大时,采用笔者所推导的方法来计算挠度和固有频率较为合理,但是它的具体适用范围还需要做进一步的实验和研究及进一步的验证。

4) 隔水导管的固有频率还会受到管内钻井液体、钻柱的转速、海流作用和多种因素的影响,笔者在研究过程中,并未将这些因素考虑进去,因此,这些因素的影响及其规律还有待我们在今后做进一步

的研究。

5)开展深水隔水导管的研究直接关系到隔水管的运动特点,涉及隔水管的力学状态,选择型号、材质以及相关井口的型号、类型、材质等。另外,深水隔水导管又是唯一通向深水海底的咽喉要道,对钻井作业的安全也意义重大,因此,应大力开展深水钻井隔水管的研究工作,以推动深水钻井技术发展。

6)深水钻井技术是迈向深水的重要环节,而在此环节中,深水钻井隔水管的运动特点及其使用特性是我们首当其冲需要了解和认识的,这对保证作业安全、提高作业效率以及降低作业风险,都是至关重要的。应下大工夫去研究和掌握,以便应对深水的挑战,积极做好技术储备,为在深水钻井作业的

开展,做好技术上的储备,为我国深水钻井技术的开展做出贡献。

参考文献

- [1] 畅元江,陈国明,许亮斌. 海洋钻井隔水管固有频率的简化计算[J]. 中国海上油气,2005,17(5):352-355.
- [2] 卓卫东. 应用弹塑性力学[M]. 北京:科学出版社,2005.
- [3] 李廉锟. 结构力学[M]. 湖南大学西南交通大学,长沙铁道学院合编. 北京:人民教育出版社,1977.
- [4] Timoshenko S, Gere J. Mechanics of Materials [M]. 北京:科学出版社,1978.
- [5] 姜伟. 海上钻井隔水管横向振动特性及其对钻井作业的影响[J]. 中国海上油气,2007,19(6):28-41.

Calculation and research on deepwater drilling riser flexural equation and natural frequency

Jiang Wei

(China National Offshore Oil Corporation(CNOOC), Beijing 100027, China)

[Abstract] Flexural equation was established in this paper, which was based on application of deepwater drilling riser and Ritz methods in elastoplastic mechanics. Axial tension, inclination angle, lateral gravity components and axial gravity components were considered. Therefore, simple calculation method for natural frequency of drilling riser was achieved. Free-hinged beam was taken as constraint condition of flexural equation combined with drilling string real conditions, which made research approach practical work more. Purpose of research was to provide reasonable design and selection for deepwater drilling riser, and provide a more efficient and applied method, which would show guiding significance for deepwater drilling operation.

[Key words] deepwater drilling; drilling riser; flexural equation; natural frequency; shape function