

基于 Voronoi 区的 GIS 中方向关系的描述与计算

李成名

(中国测绘科学研究院,北京 100830)

[摘要] 方向关系在地理信息系统(GIS)中占据着十分重要的地位,由于它的模糊性和依赖空间实体形状的特性,使得它的形式化描述和判断比较困难。本文在三角形模型(CDR)方法的基础上,利用最小矩形(MBR)四边的 Voronoi 多边形及其边界,形式化描述了方向关系,进而将方向关系分为主方向关系和次方向关系,并分别给出了两者利用 MBR 四边 Voronoi 多边形及其边界判断的算法。

[关键词] 方向关系;Voronoi 区;CDR;MBR

[中图分类号] P208 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2013)05-0025-05

1 前言

自然界中的方位概念对于空间分析和人们对空间的认知都十分重要,因而顺序关系中的方向关系是地理信息系统(GIS)中一类十分重要的定性关系。但由于它存在着模糊性,在数学上很难将其有效地形式化描述。例如,在图 1a、图 1b 和图 1c 中, B 都是在 A 的东方,然而它们却存在远近和方位上的差异。由此可以看出,两空间实体之间的方向关系不仅同空间实体的几何位置有关系,而且同空间实体的形状也密不可分。空间实体形状的纷繁复杂以及方向关系的模糊性给方向关系的形式化描述带来了一定的难度。然而,尽管如此,人们对此仍进行了许多有意义的研究,其中包括 Peuquet 和 Xiang^[1]提出的三角形模型(CDR)和而后的扩展方法,这给本文利用 Voronoi 区描述方向关系提供了基础,笔者首先对该方法及其扩展方法作简单的回顾,然后论述如何利用扩展的基于 Voronoi 区的空间关系描述模型(NIV)^[2-4]有效描述方向关系。

两个空间实体之间的方向关系隶属局部操

作。这是因为方向关系是相对的,参照不同的空间实体,可能得出不同的方向关系。笔者从两个空间实体构成的局部范围出发,探讨方向关系的描述和判断。

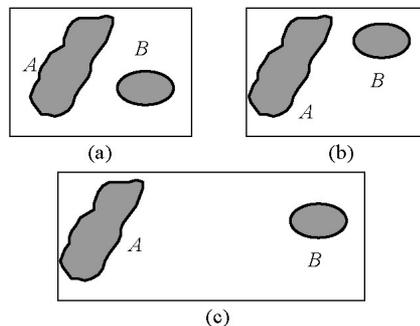


图 1 方向关系示例

Fig.1 The examples of directional relation

2 方向关系的形式化描述

2.1 研究回顾

Peuquet 和 Xiang^[1]给出了不同形状空间物体之

[收稿日期] 2013-03-21

[基金项目] 国家自然科学基金项目(49471059)

[作者简介] 李成名(1968—),男,山东枣庄市人,博士,研究员,主要从事数字城市、智慧城市、地图制图与综合自动化研究;

E-mail: cml@casm.ac.cn

间方向关系语义解释,并且提出了能够描述它们的CDR模型,如图2所示,空间实体的中心点和东北方向线(NE)、东南方向线(SE)构成了空间实体的东部区域east(A),如B在east(A) ($B \in \text{east}(A)$),则B位于空间实体A的东部,记作east(A,B)。

在Peuquet和Xiang^[1]给出的CDR中,没有考虑空间物体的形状,因而就产生了CDR描述的不合理性。例如,在图2b中,B显然在A的东部,但由于没有考虑A的形状、大小,其中A的中心和NE、SE构成的east(A)并不包含B,east(A,B)关系不存在。但是,从图2b中直观解译A、B的关系和该方法描述得到的结果不一致。

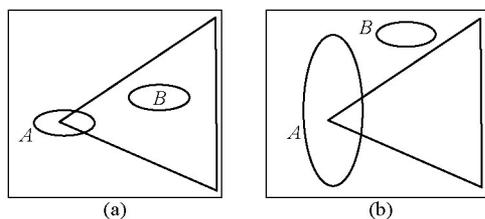


图2 CDR模型
Fig.2 CDR model

Haar将上述CDR加以扩展,用包围空间物体的最小矩形(MBR)的4方向线NE、SE、NW、SW以及MBR的4边构成了空间实体A的4个区域east(A)、west(A)、north(A)和south(A)。通过B与4个区域的关系,确定A、B的方向关系。如在图3a中,A的最小矩形面向B物体的两个顶点的SE、NE方向线与A的east边形成了A的东部区域。在图3a中, $B \notin \text{east}(A)$,east(A,B)不存在。在图3b中, $B \in \text{east}(A)$,空间实体A、B的方向关系为east(A,B)。扩展后的CDR描述模型,空间实体A的east(A)、west(A)、north(A)和south(A)区域随空间实体的形状、大小变化而变化。但是,不管CDR描述模型,还是扩展后的MBR描述模型仅能够从语义上解释方向关系,不能够形式化将其描述,有效地将其判断。

2.2 利用Voronoi区描述方向关系

CDR及其后的扩展方法给基于Voronoi区的方向关系描述提供了一个思想基础。一个空间实体A的最小矩形有4条边分别表示为de=east-edge(A)、dw=west-edge(A)、dn=north-edge(A)和ds=

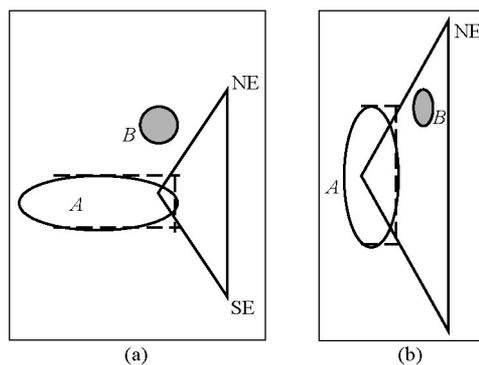


图3 MBR不合理情况示例
Fig.3 The unreasonable example of MBR

south-edge(A)。若将4条边看作4个线(line)生成元,生成的4个Voronoi区分别为Voronoi(de)、Voronoi(dw)、Voronoi(dn)和Voronoi(ds)。NE、NW、SW和SE分别为边de、dn、dw和ds的Voronoi多边形的边界,空间物体A的东部east(A)定义为de、SE和NE围成的区域,空间物体A的西部west(A)定义为dw、SW和NW围成的区域,空间物体A的北部north(A)定义为dn、NE、NW围成的区域,空间物体A的南部south(A)定义为ds、SE、SW围成的区域,如图4所示。

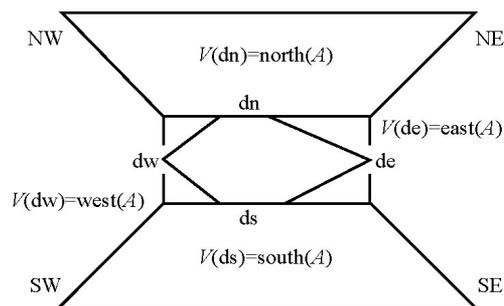


图4 空间实体的4个Voronoi区
Fig.4 Four Voronoi regions of spatial entities

空间实体A和B之间的方向关系可以利用空间实体的最小矩形边和Voronoi区的边界线构成的5×5矩阵形式化描述表达,矩阵的形式见式(1)。

在式(1)中, NE_A 表示空间物体A的北-东线, NE_B 表示空间物体B的北-东线, B_A 表示空间物体A的最小矩形的边,其余类似。

$$\begin{bmatrix} NE_A \cap NE_B & NE_A \cap NW_B & NE_A \cap SE_B & NE_A \cap SW_B & NE_A \cap B_B \\ NW_A \cap NE_B & NW_A \cap NW_B & NW_A \cap SE_B & NW_A \cap SW_B & NW_A \cap B_B \\ SE_A \cap NE_B & SE_A \cap NW_B & SE_A \cap SE_B & SE_A \cap SW_B & SE_A \cap B_B \\ SW_A \cap NE_B & SW_A \cap NW_B & SW_A \cap SE_B & SW_A \cap SW_B & SW_A \cap B_B \\ B_A \cap NE_B & B_A \cap NW_B & B_A \cap SE_B & B_A \cap SW_B & B_A \cap B_B \end{bmatrix} \quad (1)$$

设 di^* 表示 di 的逆关系。例如 $di = east$, 那么 $di^* = west$ 。对于空间物体 B 位于空间物体 A 的东部, 那么 B 部分或全部在 $east(A)$ 内。在这种情形下, $west(B)$ 一定覆盖 $east(A)$, $west(B)$ 与 $east(A)$ 的重叠区域可以由两者的方向线表示, 尤其 $west(B)$ 、 $east(A)$ 的边界线必然相交。由于区域的边界由两条方向线和最小矩形的一条边构成, 区域边界的交就是这些交叉的组合。交产生 3 类情况: Voronoi 边界线之间的交, 例如 $NE_A \cap NW_B$; Voronoi 边界线与最小矩形边的交, 例如 $de_A \cap NW_B$; 最小矩形边之间的交 $de_A \cap de_B$ 。假设 X, Y 为两个空间实体, $ij(X, Y)$ 表示空间实体之间的关系, 那么根据上述的分析, 可以

得出 3 条判断准则, 它们分别是: 如果两个 Voronoi 边界线相交 $ijA \cap ij^*B$, 那么空间实体之间方向关系为 $j(B, A)$ 或 $j^*(A, B)$; 同样, 如果两个 Voronoi 边界线相交 $ijA \cap (ij)^*B$, 那么空间实体之间方向关系为 $ij(B, A)$ 或 $(ij)^*(A, B)$; 如果空间物体 A 最小矩形边交空间物体 B 的 Voronoi 边界线, 即 $iA \cap ji^*B$, 那么空间实体之间方向关系为 $i(B, A)$ 或 $ji^*(A, B)$ 。

根据式 (1) 以及上述判断准则, 表 1 给出了可能的获得的方向关系。例如从 $NW_A \cap NE_B$, 可以获得方向关系 $east(A, B)$, 从 $NE_A \cap NE_B$, 不能获得任何方向关系, 用 “—” 表示。

表 1 基于 Voronoi 区的方向关系描述

Table 1 Directional relation description based on Voronoi region

| B/A | NE | NW | SW | SE | E | N | W | S |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| NE | — | east | NE | north | NE | NE | NE | NE |
| NW | west | — | north | NW | NW | NW | NW | NW |
| SW | SW | south | — | SW | SW | SW | SW | SW |
| SE | south | SE | east | — | SE | SE | SE | SE |
| E | — | east | east | — | — | east | east | east |
| N | — | — | north | north | north | — | north | north |
| W | west | — | — | west | west | west | — | west |
| S | south | south | — | — | south | south | south | — |

3 方向关系的判断

3.1 MBR 的 Voronoi 区的生成

如果包围空间实体 A 的最小矩形的边和 X, Y 轴平行或垂直, 那么该最小矩形被称为 A 的 MBR, 它有 4 条边 (东、西、南、北边, 分别用符号 E、W、S、N 代替), 每一条边看成一个线生成元。在局部空间内部, 不在 MBR 内的每一点到 4 个线生成元的距离分别为 De, Dw, Ds 和 Dn 。点到生成元的距离定义如下。

设 C 是线性元素, x 是一个点, 那么, x 与 C 之间的距离为 $Distance(x, C) = \text{Min}\{\text{distance}(x, y), y \in C\}$

其中 x, y 是两个点, 若其坐标分别为 (x_1, x_2, \dots, x_n) 和 (y_1, y_2, \dots, y_n) , 那么, x 与 y 之间的距离为

$$\text{distance} = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$$

根据以上距离定义, 可以有如下的结论: a. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = De \neq Dw$ 或 Ds 或 Dn , 那么该点属于 MBR 的 east 区域; b. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = Dw \neq De$ 或 Ds 或 Dn , 那么该点属于 MBR 的 west 区域; c. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = Ds \neq Dw$ 或 De 或 Dn , 那么该点属于 MBR 的 south 区域; d. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = Dn \neq Dw$ 或 Ds 或 De , 那么该点属于 MBR 的 north 区域; e. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = De = Ds \neq Dw$ 或 Dn , 那么该点属于 MBR 的 east-south 边界; f. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = De = Dn \neq Dw$ 或 Ds , 那么该点属于 MBR 的 east-north 边界; g. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = Dw = Ds \neq De$ 或 Dn , 那么该点属于 MBR 的

west-south 边界; h. 如果有 $\text{Min}\{De, Dw, Ds, Dn\} = Dw = Dn \neq De$ 或 Ds , 那么该点属于 MBR 的 west-north 边界。

3.2 主方向的判断

两个空间实体之间的方向关系有东、西、南、北、东南、东北、西南和西北, 其中东、西、南和北称为主方向关系, 其余称为次方向关系。由 3.1 生成 MBR 的 Voronoi 区之后, 可以利用 4 个生成元的 Voronoi 区域判断主方向关系。假设空间实体为 λ_1, λ_2 , 那么, 判断两者之间主方向关系的过程分为 4 个步骤: a. 计算空间实体 λ_1, λ_2 的 MBR; b. 构造 λ_1 的 MBR 4 边 E、W、S、N 的 Voronoi 区, 构成了 4 区域 Voronoi(E)、Voronoi(W)、Voronoi(S)、Voronoi(N); c. 构造 λ_2 的 MBR 4 边 E、W、S、N 的 Voronoi 区, 构成了 4 区域 Voronoi(E)、Voronoi(W)、Voronoi(S)、Voronoi(N); d. 如果 $\lambda_1 \subset \text{Voronoi}(X)$, 那么 $\lambda_1 \cdot X \cdot \lambda_2$, 如果 $\lambda_2 \subset \text{Voronoi}(X)$, 那么 $\lambda_2 \cdot X \cdot \lambda_1$ 。

3.3 次方向的判断

次方向的判断要利用表 1, 设空间实体为 λ_1, λ_2 , 那么, 判断的次方向的过程分为 4 个步骤: a. 计算空间实体 λ_1, λ_2 的 MBR; b. 构造 λ_1 的 MBR 4 边 E、W、S、N 的 Voronoi 区, 计算 4 边 E、W、S、N 的 Voronoi 多边形的边界; c. 构造 λ_2 的 MBR 4 边 E、W、S、N 的 Voronoi 区, 计算 4 边 E、W、S、N 的 Voronoi 多边形的边界; d. 对照表 1, 得出两者的次方向关系。

3.4 实例研究

图 5 是一幅简单的数字影像, 其中“1”和“2”分别表示空间实体 A 和 B 占据的像素。图 6 是空间实体 A 的 MBR 的 Voronoi 区, 图中“S”表示 A 的南部区域, “E”表示 A 的东部区域, “SE”表示东南边界。图 7 是空间实体 B 的 MBR 的 Voronoi 区, “N”表示 B 的北部区域, “E”表示 B 的东部区域, “NE”表示东北边界。当图 6 和图 7 叠加变为一幅数字影像后, B 所占据的像素(即值等于“2”的像元)全部落在 A 的南部区域, A 所占据的像素(即值等于“1”的像元)全部落在 B 的北部区域, 根据主方向判断算法, 得到 B 在 A 的南部, 并且 A 在 B 的北部。同理, 由于 A 的 SE 和 B 的 NE 交叉, 根据表 1 利用次方向判断算法, 也可以得出 B 在 A 的南部和 A 在 B 的北部的结论。

4 结语

通过以上的分析和实例研究, 可以得出如下结论:

1) 将空间实体 MBR 的 4 边看成生成元, 生成 4

边的 Voronoi 区, 可以利用两空间实体的 Voronoi 区域和 Voronoi 边界形式化描述两者的方向关系;

2) 生成了 MBR 4 边的 Voronoi 区以后, 可以利用四边的 Voronoi 区域和另一个空间实体的相对位置, 判断主方向关系;

3) 生成了两个空间实体 MBR 4 边的 Voronoi 区以后, 进而获取 Voronoi 区的边界, 利用边界的相交性质参照形式化描述结果, 可以判断两个空间实体的次方向关系。

| | | | | |
|---|---|--|--|--|
| 1 | 1 | | | |
| 1 | 1 | | | |
| | | | | |
| 2 | 2 | | | |
| 2 | 2 | | | |

图 5 原始图像的 1/4

Fig.5 Quarter of the original image

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| 1 | 1 | E | E | E |
| 1 | 1 | E | E | E |
| S | S | SE | E | E |
| S | S | S | SE | E |
| S | S | S | S | SE |

图 6 A 的 MBR 的 Voronoi 区

Fig.6 The Voronoi region of MBR for A

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| N | N | N | N | NE |
| N | N | N | NE | E |
| N | N | NE | E | E |
| 2 | 2 | E | E | E |
| 2 | 2 | E | E | E |

图 7 B 的 MBR 的 Voronoi 区

Fig.7 The Voronoi region of MBR for B

参考文献

- [1] Peuquet D J, Xiang Z C. An algorithm to determine the directional relationship between arbitrary-shaped polygons in the plane [J]. Pattern Recognition, 1987(20):65-74.
- [2] Aurenhammer F. Voronoi diagrams: A survey of a fundamental geometric data structure[J]. ACM Computing Surveys, 1991, 23(3):345-405.
- [3] 李成名,陈 军. 空间关系描述的9交模型[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1997, 22(3):207-211.
- [4] Chen J, Li C M. A Voronoi-based 9-intersection model for spatial relations[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2001, 15(3):201-220.

Directional relation description and calculation based on Voronoi region in GIS

Li Chengming

(Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China)

[Abstract] Directional relation is very important in GIS, but because of depending on the size of objects, it is difficult to make a formal description and determination. In this paper on the basis of CDR, a solution using Voronoi Region of MBR is suggested, and the wonderful results have been acquired.

[Key words] directional relation; Voronoi Region; CDR; MBR