

# 长寿命路面疲劳寿命预测的频域分析方法

魏保立, 郭成超, 崔璨

(郑州大学水利与环境学院, 郑州 450001)

**摘要:** 笔者分别从沥青路面和水泥混凝土路面两个方面分析了路面疲劳寿命预测的相关方法。重点对疲劳寿命预测的频域分析方法进行了较为详细的分析, 结合车辆-道路耦合振动系统模型, 对路面不平整引起的车辆与道路之间的随机振动进行了分析, 指出车辆-道路耦合振动的随机功率谱密度是进行路面疲劳寿命预测的一种手段和方法, 并提出了相应的预测步骤, 旨在为长寿命路面的设计和性能评价提供参考。

**关键词:** 长寿命路面; 疲劳寿命预测; 随机振动; 功率谱密度

**中图分类号:** U416.2 **文献标识码:** A

## Fatigue Life Prediction of Long-Life Pavement Using Frequency-Domain Analysis

Wei Baoli, Guo Chengchao, Cui Can

(Institute of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** This paper analyses a pavement fatigue life prediction method for asphalt and cement concrete pavements. A detailed frequency domain analysis of fatigue life was carried out. Using the vehicle-road coupled vibration system model, the random vibration between the vehicle and road caused by road roughness was analyzed. In this paper, it is proposed that the random power spectral density of the vehicle-road coupling vibration is a useful tool to predict the fatigue life of pavements, and corresponding prediction procedures are proposed, which are aimed at providing some reference for long-life pavement design and performance evaluation.

**Keywords:** long-life pavement; fatigue life prediction; random vibration; power spectral density

### 一、长寿命路面概述

长寿命路面是当前路面的新型发展趋势, 近些年来长寿命路面已经成为世界各国研究的热点。长寿命路面(LLAP)是指路面设计寿命超过40年, 相对于现有的路面, 其日常养护要求总费用更低的路面结构[1]。

欧洲学者在19世纪90年代提出了长寿命路面的理念, 该理念最先应用于英国[2], 随后在日本得到了应用和发展。日本研究者普遍认为长寿命路面是使用性能高于常规路面性能一倍以上, 结构平均寿命在50年左右的长期使用路面, 简称LSP(Long Service Pavement)[3]。

被广大学术界认可的长寿命路面基本结构[4]

收稿日期: 2017-11-18; 修回日期: 2017-11-30

通讯作者: 郭成超, 郑州大学水利与环境学院, 副教授, 研究方向为基础设施检测修复理论与技术; E-mail: wangchench@163.com

资助项目: 中国工程院咨询项目“交通基础设施重大结构安全保障战略研究”(2015-XZ-28)

本刊网址: www.enginsci.cn

一般按如下功能分层设置：①高受力区域，位于轮载下 100~150 mm 处，是车辙、龟裂等各种损坏发生的主要区域。② 高质量沥青混凝土区域，位于面层下 40~75 mm 处。此部分的表面构造深度应满足车辆行驶要求，而且应该具有良好的抗车辙性。③中间分散区域由沥青混凝土构成，厚度为 100~175 mm。此区域起到连接过渡作用，荷载在此区域被高刚度的沥青混凝土扩散，进而产生较好的抗车辙功能。④疲劳消散区域，位于热拌沥青混合料（HMA）基层下 75~100 mm 处，该区域是疲劳影响较大的部位。为了减小疲劳的影响，此功能层一般由刚度小、耐疲劳的抗水沥青混凝土构成。⑤ 易破坏区域，一般在 HMA 基层底部，该区域产生最大的拉应变，最易发生疲劳破坏。为了防止路面过早出现结构性损坏，控制沥青层自下而上的疲劳开裂，需要重点控制该区域的弯拉应变。

2005 年，由沙庆林院士主持、长沙理工大学承担的“重载交通长寿命沥青路面关键技术研究”被列入西部交通建设科技项目，具有重要的启示意义。2005 年 10 月，在国家交通运输部制定的十大科技攻关项目中，“长寿命路面结构”被列在首位。长安大学的王选仓教授提出的“刚柔并济、优势互补”的长寿命路面结构被工程界较多采用。

综合以上的研究，目前国内外学术界和工程界均认可的长寿命路面设计使用年限为 40 年。长寿命路面一般应具备以下特点：40 年以上的设计使用寿命；在设计寿命期间，路面结构一般能够保证使用要求，不会发生损坏，对路面表层发生的常规性损坏进行常规维修即可，主要承重层的大修一般不会发生或者很少出现；在全寿命周期内，建设费用（路面厚度较大）可能会偏高，但维修费用低，因此，综合费用最经济。

## 二、路面的疲劳寿命

路面疲劳是指在重复载荷作用下（这种重复载荷一般比静载强度小），材料内部发生性能退化以致失效。疲劳寿命为材料从开始受载到发生断裂经历的时间，或产生疲劳破坏前所经历的应力或应变的循环次数 [5~8]。

路面在荷载及环境气候条件（主要是水分和温

度）的反复作用下，其抗磨损、抗老化、抗水害、抗疲劳性能、抗车辙性能以及抗温缩裂缝性能不断下降，并且路表面的平整度、舒适（表面功能）性、低噪音、抗滑性等也随之下降，极易产生疲劳破坏。

### （一）沥青混凝土路面的疲劳寿命

Porter 早在 1942 年就注意到了疲劳破坏现象，发现路面破坏前的轮载作用次数在较小的弯沉（小于 0.5~0.75 mm）下只有几百万次；到了 20 世纪 50 年代，Nijboer 等指出，裂缝是疲劳作用的结果，取决于弯沉大小和重复作用次数，且重点指出在设计寿命后期，当沥青混凝土弯拉应力超过材料容许强度时会使材料产生裂缝 [9,10]。国内学者对路面疲劳特性进行系统研究开始于 20 世纪 60 年代，理论与实践证明，路面在移动车轮荷载的重复拉压应力和切应力的耦合作用下，会产生疲劳裂纹，裂纹随着荷载作用逐渐发展扩大，形成贯通裂纹以致产生疲劳破坏，这种疲劳破坏可以利用断裂力学理论进行解释。

国内外学者关于沥青路面疲劳特性的研究主要集中在以下两个方面：疲劳试验 [10] 和力学分析 [11]。采用疲劳试验分析试验结果得出应力应变曲线，利用本构关系总结疲劳特性。采用力学分析原理研究裂缝的形成过程，发现裂缝的力学规律，预测材料的疲劳寿命 [12]。

英国的 Brown 等 [13] 从路面结构方面进行了沥青混合料的疲劳特性研究，并进行了室内疲劳试验，得出了沥青混合料的疲劳方程并被英国路面设计规范所采用。

美国加州大学伯克利分校 Monismith 等 [14] 的研究主要集中在沥青混合料的疲劳试验，进行室内弯曲疲劳试验，发现材料的裂缝产生规律，并通过室外足尺试验进行了验证，美国沥青学会（AI）沥青路面设计方法中的沥青疲劳方程就是采用 Monismith 得出的疲劳规律设置的。

在美国国家高速公路和交通运输协会（AASH-TO）2002 年的结构设计指南中，沥青混合料疲劳方程以美国沥青学会疲劳方程为基础并对其修正，得出了考虑孔隙率、沥青含量、沥青混合料动态模量等影响的疲劳方程 [15]。

从 1960 年开始，SHELL 石油公司的研究人员对沥青混合料进行了大量研究，于 1981 年修订了

其使用规范，规范中使用的疲劳方程与美国规范以及英国规范有相同的表达方法 [16]。

## （二）水泥混凝土路面的疲劳寿命

水泥混凝土路面疲劳寿命是我国水泥混凝土路面结构设计方法中的一项重要指标，国内以车辆荷载和温度综合作用产生的疲劳断裂作为设计标准，在满足路面结构性能要求的前提下，混凝土路面出现疲劳损坏时所能承受的重复作用次数定义为疲劳寿命。由此可见，水泥混凝土疲劳寿命的预估也具有非常重要的意义。

近年来，随着混凝土结构的不断增大，性能不断增强，在使用过程中经常出现高应力区域，而且会经常出现拉压应力重复交替的情况，在这种拉压交替过程中，混凝土易产生疲劳问题。因此，混凝土材料的疲劳问题又开始得到研究者的深入关注。此后，随着实验水平的提高，越来越多的研究者和研究成果相继产生，从而也推动了混凝土疲劳研究的蓬勃发展。

国内外研究者对于混凝土路面寿命预估的研究方法主要分为室内试验和现场试验两大类。由于试验条件的限制，国内研究者主要采用室内试验方法，采用混凝土试件的弯曲疲劳试验，考虑相应的影响因素，探讨重复荷载应力与剩余疲劳寿命的关系，认为疲劳的发生是一个逐渐产生、累积以致破坏的过程，这种规律可以利用试验数据进行表征，得出混凝土疲劳寿命的预测公式。室内试验法的主要问题是材料样本重复次数多，在经费不足时难以开展；而且这种方法得出的经验公式只能在混凝土路面没有初始缺陷的条件下使用，在工程实际中其使用范围有限。现场试验法主要被国外研究者采用，其中以美国的国家公路管理局协会（AASHTO）的试验路最为典型。该方法主要是在室外足尺试验路进行加速加载试验来模拟路面的疲劳破坏，得出混凝土的疲劳特性，从而预估疲劳寿命。

## 三、疲劳寿命预测的频域分析方法

疲劳寿命的预测在土木工程领域的应用是由土木工程师借鉴机械工程领域的疲劳寿命预测而开始的。疲劳寿命预测的方法主要有时域法和频域法两大类。其中频域法主要是利用和频率相关的结构性

能参数估测零部件的疲劳寿命，对于结构性能参数来说，应力功率谱密度 (PSD) 是最常采用的参数。在频域内预测疲劳寿命所需的未知量少，便于工程人员使用，认可度较高。频域方法主要有如下四种。

### （一）窄带分布法（Bendat 法）

窄带分布法首先被 Bendat 等提出，所谓窄带分布法是一种利用应力功率谱密度来估算疲劳寿命的方法。Bendat 等 [17] 发现随机信号的峰值概率密度函数在带宽逐渐减小时，可以采用 Rayleigh 函数表示。另外，与随机信号的窄带特性相对应，其波峰和波谷的个数是一致的，信号的应力概率密度函数也可表示为 Rayleigh 函数。根据 Miner 线性累积损伤理论，结构的疲劳损伤可以表示为连续分布应力状态下时间  $T$  内的疲劳损伤函数，通常情况下，工程中用疲劳寿命曲线来描述材料的疲劳性能，当随机信号在窄带情况下，其单位时间内应力循环次数与均值正穿越率相等，进而可以求出窄带过程下的疲劳损伤结果，从而可以计算构件发生破坏的寿命时间。

### （二）Wirsching-Light 法

对于宽带过程，由于单位时间内的峰值期望率和均值正穿越率数值相比有较大差别，这时利用窄带分布法估计的寿命会出现很大误差，即对于宽带随机过程，要利用窄带分布法时，就必须修正。Wirsching 等 [18] 基于功率谱密度修正了公式，利用修正后的公式对宽带随机振动进行了寿命预测。

### （三）Tovo-Benasciutti 法

Tovo 和 Benasciutti 提出的雨流幅值概率密度函数同样是基于窄带模型的修正方法。他们利用疲劳损伤、疲劳寿命曲线可得到疲劳累积损伤结果，进而计算出疲劳寿命的剩余时间 [19]。

### （四）Dirlik 雨流幅值分布模型

Dirlik [20] 通过功率谱密度函数的分析，采用 70 种数据样本，通过蒙特卡罗模拟，在时域内产生 70 种波形，将雨流循环幅值的概率密度函数用一个经验表达式去估计。通过推导经验公式，指出雨流

循环幅值的分布函数是瑞利分布函数和指数函数的复合函数。利用公式的经验数值结合疲劳损伤、疲劳寿命曲线可得到疲劳累积损伤结果,进而计算出疲劳寿命的剩余时间。

#### 四、路面疲劳寿命预测的功率谱方法

由于高、轻、大的现代工程结构频繁出现,其疲劳破坏成为造成经济损失的主要原因之一。广义的疲劳荷载不仅指循环荷载,还包括随机疲劳荷载。循环荷载作用下材料的疲劳是常规性问题,而对于疲劳荷载的随机特性,目前仍然不十分清楚。但是在工程领域,结构的随机振动特性往往表现比较突出,结构的随机疲劳时常发生并导致结构严重失效。

车辆与道路的相互作用是一个整体的两个研究部分,包括车辆和道路两个系统的研究。对于车辆-道路耦合系统来说,其随机激励的产生与路面的平整度有关,即必须使车辆-道路耦合系统的研究置于随机振动的理论范畴内来进行。

##### (一) 路面结构的功率谱

车辆-道路耦合系统的振动和路面的高低起伏息息相关,而路面高程可以用平整度来表征。要分析车辆-道路耦合系统的随机振动特性,路面平整度是必须要考虑的内容,换句话说,路面平整度是一个激励源,且具有一定的随机性。

根据 GB/T 7031—2005《机械振动 道路路面谱测量数据报告》标准,建议采用描述不同等级公路的路面功率谱密度函数来表征路面的统计特征。路面平整度功率谱可以利用公式(1)进行拟合:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left( \frac{n}{n_0} \right)^{-\beta} \quad (1)$$

式(1)中, $n$ 为空间频率( $\text{m}^{-1}$ ),表示每米长度中波长出现的个数,是波长 $\lambda$ 的倒数,取值对于路面功率谱来说, $n \in (0.011, 2.83)$ ;  $n_0$ 为参考空间频率( $\text{m}^{-1}$ ),取值为0.1。 $G_d(n_0)$ 为路面平整度系数( $\text{m}^3$ ),即参考空间频率 $n_0$ 下与路面等级有关的路面功率密度函数值; $\beta$ 为频率指数,对应双对数坐标斜线的斜率,决定了路面功率谱密度函数的频率结构。

GB/T 7031—2005 标准根据路面平整度系数将

常见路面分为 A~H 共八级,并且指出了  $G_d(n_0)$  的几何平均值,根据统计,我国高等级公路路面结构的功率谱基本都在 A~C 级,绝大部分集中在 B、C 两个等级。式(1)表示空间频率的功率谱的统计特性,但是在实际的运行状况中影响路面激励频率的不仅有路面的平整度,还有车辆的运行速度。当行车速度增大时,其激励频率也随之增大,反之激励频率减小。为了考虑车辆行驶速度  $v$  的影响,分别使用时间频率  $f$  和角空间频率  $\omega$  代替空间频率  $n$ :

$$f = vn \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi vn \quad (3)$$

$$G_n(f) = \frac{G_n(n)}{v} \quad (4)$$

将式(2)~(4)分别代入式(1),取拟合功率谱密度的频率指数  $\beta$  为 2,可以得到:

$$G_n(f) = \frac{G_n(n_0)}{v} \cdot (f/vn_0)^{-2} \quad (5)$$

$$G_n(\omega) = 4\pi^2 \frac{G_n(n_0)}{v} \cdot (\omega/vn_0)^{-2} \quad (6)$$

式(6)进一步简化为:

$$G_n(\omega) = 4\pi^2 G_n(n_0) \frac{vn_0^2}{\omega^2} \quad (7)$$

式(7)中,当  $\omega$  趋于 0 时,  $G_n(\omega)$  无穷大,为了避免产生这种情况,在实际应用中引入下限截止角频率  $\omega_{00}$  [21],将  $\omega_{00} = 2\pi vn_{00}$  代入到式(7)中得:

$$G_n(\omega) = 4\pi^2 G_n(n_0) \frac{vn_0^2}{\omega_{00}^2 + \omega^2} \quad (8)$$

构造功率谱密度为 1 的高斯白噪声输入  $W$ ,即  $G_W(\omega) = 1$  分别乘以式(8)两端可得到:

$$G_n(\omega) = 4\pi^2 G_n(n_0) \frac{vn_0^2}{\omega_{00}^2 + \omega^2} \cdot G_W(\omega) \quad (9)$$

根据随机振动理论,可以得到式(9)的频率响应函数  $H(\omega)$ :

$$H(\omega) = \frac{2\pi n_0 \sqrt{G_n(n_0)} v}{\omega_{00} + j\omega} \quad (10)$$

进而可以得到时域下的微分方程为：

$$\dot{q}(t) = -2\pi n_{00} v q(t) + 2\pi n_{00} \sqrt{G_n(n_0)} v \cdot w(t) \quad (11)$$

式(11)中,  $w(t)$  是功率谱为1的白噪声信号;  $n_{00}$  为下限截止空间频率, GB/T7031—2005 标准推荐  $n_{00}$  取值为  $0.011 \text{ m}^{-1}$ ;  $G_n(n_0)$  为道路等级对应的路面平整度系数, 可以取 GB/T7031—2005 建议的路面平整度几何均值;  $v$  为车辆的行驶速度 (m/s);  $q(t)$  为路面随机高程 (m), 即路面平整度。

## (二) 利用功率谱预测路面疲劳寿命

传统的振动模型研究, 往往直观地认为车辆引起的路面变形相对于路面平整度来说可以忽略不计, 因此传统线性模型中将路面假设为刚性, 即道路系统不参与振动。研究中通过车辆的随机振动得到车辆的动载状况, 进而由车辆的动载来研究道路的动力响应问题。该模型没有考虑车辆—道路系统的耦合对振动的影响, 在目前车辆载荷越来越大, 行车速度越来越高的情况下并不完全适用。对于考虑车辆—道路系统耦合的随机振动问题, 车辆—道路系统的频率和振幅均会发生改变, 鉴于以上问题, 本文在传统模型研究的基础上建立车辆—道路耦合系统随机振动的线性模型。运用随机振动理论, 采取频域分析法对车辆—道路耦合系统的随机振动响应进行求解。

依据随机振动的相关理论, 若已知路面平整度的谱密度函数  $S(\omega)$ , 则其与响应的位移谱密度函数  $S_z(\omega)$  有如下关系:

$$S_z(\omega) = |H_z(\omega)|^2 S(\omega) \quad (12)$$

同时可以得到:

$$S_v(\omega) = \omega^2 S_z(\omega) \quad (13)$$

$$S_a(\omega) = \omega^4 S_z(\omega) \quad (14)$$

式(12)~(14)中,  $H_z(\omega)$  为频率响应函数;  $S_z(\omega)$  为响应的速度谱密度函数;  $S_v(\omega)$  为响应的加速度谱密度函数。

将响应的位移谱密度、速度谱密度和加速度谱密度代入到车辆—道路相互作用力方程中, 可以得到荷载功率谱密度  $S_F(\omega)$ 。将  $S_F(\omega)$  以 PSD 荷载形式输入到路面结构振动方程中, 利用  $H_z(\omega)$  (频率响应函数), 即可得到输入荷载与结构特定位置处

(路面面层、基层顶面) 输出应力之间的关系表达式, 以  $G(f)$  表示结构破坏处的应力 PSD, 则:

$$G(f) = |H(f)|^2 \cdot W(f) \quad (15)$$

式(15)中,  $H(f)$  为随机振动系统的传递函数;  $W(f)$  为系统输入荷载的功率谱密度函数。则应力均方根值可通过下式求出:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) df \quad (16)$$

得出系统响应的应力幅值概率密度分布函数后, 依据路面结构材料的应力水平与材料疲劳寿命的关系曲线 (S-N 曲线) 和线性 Palmgren-Miner 损伤理论可以进一步对结构的疲劳寿命进行估计。

## 五、结语

通过对长寿命路面疲劳寿命的预测方法进行讨论, 得出的主要结论如下。

(1) 阐述了长寿命路面发展过程, 叙述了长寿命路面疲劳寿命按路面结构材料分类的疲劳寿命方程, 并阐明了长寿命路面疲劳寿命预测的方法和步骤。结合车辆—道路耦合振动理论, 分析了路面功率谱的组成和重构过程, 并利用功率谱拟合函数构造不同路面等级的平整度函数, 给出了相应的路面功率谱和平整度的重构方程。

(2) 指出车辆—道路耦合振动是基于概率统计理论的随机振动过程, 利用频域分析方法可以对路面疲劳寿命进行预测, 并采用随机振动理论, 给出了利用路面结构振动响应的功率谱密度函数进行疲劳寿命预测的方程和预测步骤。笔者提出的方法可以作为路面寿命预测的一种方法, 在长寿命路面设计和评价过程中可以借鉴使用。

虽然笔者对路面结构中基于频域法的疲劳寿命预测进行了分析, 但是结构随机疲劳寿命预测方法的准确性和可靠性还需要进一步验证; 随着科学技术的更新, 特定条件下, 对形式多样的材料 S-N 曲线的研究将会更有意义。

### 参考文献

- [1] 易向阳. 长寿命柔性路面技术的探讨与应用 [J]. 公路交通科技, 2015, 32(6): 25-31.  
Yi X Y. Discussion and application of long-life flexible pavement technology [J]. Journal of Highway and Transportation

- Research and Development, 2015, 32(6): 25–31.
- [2] 宋波, 薛忠军, 周绪利, 等. 欧美国家利用既有道路进行长寿命路面研究的综述 [J]. 市政技术, 2016, 34(1): 17–22.  
Song B, Xue Z J, Zhou X L, et al. Research summary of Occident long-life asphalt pavement on existing pavement [J]. Municipal Engineering Technology, 2016, 34(1): 17–22.
- [3] 冯治安, 王选仓, 李国胜. 长寿命路面典型结构研究、设计与施工技术 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.  
Feng Z A, Wang X C, Li G S. Study and design and construction technology on the typical structure of long-life pavement [M]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [4] 马士杰. 长寿命沥青路面在山东的应用与发展 [J]. 中国公路, 2016(7): 75–75.  
Ma S J. Application and development of long-life asphalt pavement in Shandong [J]. China Highway, 2016(7): 75–75.
- [5] 胡朋, 吴琼, 潘晓东. 轮迹重分布可行性试验研究及对沥青混凝土路面疲劳寿命的影响 [J]. 公路, 2015(2): 20–24.  
Hu P, Wu Q, Pan X D. Test and feasibility of wheel track weight distribution and effect on the fatigue life of asphalt concrete pavement [J]. Highway, 2015(2): 20–24.
- [6] 卢剑伟, 王馨梓, 吴唯唯. 路面随机激励下轻型货车驱动桥壳疲劳可靠性分析 [J]. 汽车工程, 2016, 38(1): 122–126.  
Lu J W, Wang X Z, Wu W W. Fatigue reliability analysis on the driving axle housing of a light truck under random road excitation [J]. Automotive Engineering, 2016, 38(1): 122–126.
- [7] 孙策. 长寿命沥青路面疲劳模型及设计指标分析 (硕士学位论文) [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.  
Sun C. The analysis of long life asphalt pavement fatigue model and design index (Master's thesis) [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
- [8] Bateman D, Carswell I, Caudwell L, et al. Practical verification of the theory behind long-life asphalt pavements [C]. Eurasphalt & Eurobitume Congress, 2016.
- [9] 高建华. 基于沥青路面结构层疲劳寿命的路面结构层模量组合研究 [J]. 中外公路, 2013, 33(4): 109–113.  
Gao J H. Study on the modulus of pavement structure of asphalt pavement layer based on fatigue life [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2013, 33(4): 109–113.
- [10] 张登良. 沥青路面工程手册 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2003.  
Zhang D L. Asphalt pavement engineering handbook [M]. Beijing: China Communications Press, 2003.
- [11] 从志敏, 邹晓翎, 龚红仁. 重载对沥青路面车辙及疲劳寿命的影响 [J]. 武汉理工大学学报, 2013, 35(4): 54–58.  
Cong Z M, Zou X L, Gong H R. Influence of heavy load on rutting and fatigue life of asphalt pavement [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2013, 35(4): 54–58.
- [12] 沈金安. 国外沥青路面设计方法总汇 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2004.  
Shen J A. Foreign design method of asphalt pavement [M]. Beijing: China Communications Press, 2004.
- [13] Brown S F, Brodrick B V, Tekieli K, et al. A torsional hollow cylinder research apparatus for studying the permanent deformation characteristics of asphalt [J]. Road Materials & Pavement Design, 2013, 14(sup1): 65–85.
- [14] Monismith C L, Long F. Overlay design for cracked and seated portland cement concrete (PCC) pavement—Interstate route 710 [R]. USA: University of California-Berkeley, 1999.
- [15] AASHTO. Guide for mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures final report [R]. Washington D C: National Cooperative Highway Research Program, 2004.
- [16] Shell International Petroleum Co.Ltd. Shell pavement design manual-asphalt pavement and overlays for road traffic [M]. London: Shell International Petroleum Co.Ltd., 1981.
- [17] Bendat J S, Piersol A G. Measurement and analysis of random data [M]. New York: John Wiley and Sons, 1966.
- [18] Wirsching P H, Torng T Y, Martin W S. Advanced fatigue reliability analysis [J]. International Journal of Fatigue, 1991, 13(5): 389–394.
- [19] Benasciutti D, Tovo R. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band Gaussian random processes [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2006(21): 287–299.
- [20] Dirlik T. Application of computers in fatigue analysis (Doctoral dissertation) [D]. Coventry: University of Warwick, 1985.
- [21] 喻凡, 林逸. 汽车系统动力学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.  
Yu F, Lin Y. Automobile system dynamics [M]. Beijing: China Machine Press, 2005.