

硅微 z 轴谐振陀螺仪负电刚度效应分析及实验验证

夏敦柱, 周百令, 王寿荣

(东南大学仪器科学与工程学院, 南京 210096)

[摘要] 介绍了在开环工作状态下硅微 z 轴谐振陀螺仪由于加工工艺缺陷所导致的误差机理。为减小陀螺仪初始电容差和抑制正交耦合误差, 提出了一种闭环控制检测策略。重点分析了其力矩反馈器的电刚度效应并给出其线性数学模型表示式。通过对硅微 z 轴陀螺仪敏感模式的反馈力与谐振频率的关系分析, 间接得出了在敏感方向上电负刚度与力矩器所施电压的内在联系, 并在实验上进一步验证电刚度效应。这将为下一步闭环控制方案的设计奠定重要基础。

[关键词] 硅微 z 轴陀螺仪; 负电刚度; 力矩反馈器; 微机电系统

[中图分类号] U666.123 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2007)08-0066-03

1 引言

美国加州大学伯克利分校传感器与执行器研究中心 (BSAC), 加州理工学院喷气推进实验室 (JPL), 洛克韦尔 (Rockwell) 的 Hughes 研究实验室, Analog Devices 公司, 霍尼韦尔 (Honeywell) 公司, 利顿 (Litton) 公司, 德国微机械及信息技术研究所 (IMIT), 韩国三星公司, 以及日本的一些大学和公司都在进行微机械振动陀螺仪的研究。他们所设计的硅微 z 轴谐振陀螺仪大都工作在开环检测工作模式下, 容易受到外界的干扰影响使输出信号的稳定性下降, 直接影响陀螺仪检测的可靠性; 当输入的角速度较大时, 检测电容进入非线性工作区, 使输入角速度与输出信号呈现明显的非线性关系。为了扩大陀螺仪的线性测量范围和减小外界干扰影响, 提出采用闭环反馈控制方式进行检测。这种方式能减小测量中的非线性影响, 扩大硅微陀螺仪的测量范围, 提高动态性能, 抑制噪声。

2 闭环控制检测的提出

硅微 z 轴谐振陀螺仪的欧拉动力学方程为^[1]

$$m_x \ddot{x} + c_{xx} \dot{x} + k_{xx} x + c_{xy} \dot{y} + k_{xy} y = u + 2m_x \Omega \dot{y} \quad (1)$$

$$m_y \ddot{y} + c_{yy} \dot{y} + k_{yy} y + c_{xy} \dot{x} + k_{xy} x = 2m_y \Omega \dot{x} \quad (2)$$

式中 m_x , m_y 分别表示驱动和敏感方向上的质量; c_{xx} , c_{yy} 分别表示驱动和敏感方向上的阻尼系数; k_{xx} , k_{yy} 分别表示驱动和敏感方向上的弹性系数; c_{xy} , k_{xy} 分别表示驱动和敏感方向上的耦合阻尼系数和弹性系数; u 为外加力, Ω 为与驱动和敏感方向都正交的输入角速率。

在硅微 z 轴谐振陀螺仪的开环检测实验中发现^[2]: 陀螺仪的检测输出端的信号经过前置放大和带通滤波后得到的信号为调幅信号, 这个输出信号中存在与载波同频的信号, 而且它的幅值比正交信号大许多。当检测电容处于静止状态时, 检测电容之差并不是理想的零, 而是一个相对较大的电容差。出现这种现象的原因比较复杂, 例如, 加工所用材料的质量不均匀, 加工中几何尺寸的不对称, 加工的尺寸与设计存在较大误差等, 它们都会导致差动电容的初始值不一致, 从而导致了正交耦合的产生。在实际结构中, 差动电容的电容值分别为 $C_{z1}(t) = C_1 + \Delta C$ 和 $C_{z2}(t) = C_2 - \Delta C$, 其中 C_1 和 C_2 为它们

[收稿日期] 2006-03-17; **修回日期** 2006-06-08

[基金项目] “八六三”高技术研究发展计划资助项目(2002AA812038); “十五”计划国防预研资助项目(41308050109)

[作者简介] 夏敦柱(1978-), 男, 江苏南京市人, 东南大学讲师, 博士研究生, 研究方向为微型机电系统理论及应用

的初始电容值, ΔC 为变化的电容量值。由输入输出的电流关系可得

$$V_0(t) = (2\Delta C + (C_1 - C_2))V_c(t)/C_f \quad (3)$$

式中 C_f 为电荷放大器反馈电容, $V_c(t)$ 为载波信号。

由式(3)可见, 这个与载波同频的信号是由检测电容的静止时的电容差 $C_1 - C_2$ 引起的。

由式(1)和式(2)发现检测信号中存在的正交信号产生的原因比较复杂, 可能是由加工出的结构表面不平整、加工的结构不对称以及加工中的存在残余应力导致结构变形等因素引起的。正交信号与敏感信号同频并且相位相差 90° 。利用其相位关系, 采用相干检测法通过相敏解调进行检测。它与检测载波同频的信号以及正交信号是检测闭环控制的主要对象, 它们对被检测的陀螺仪敏感信号来说都是干扰。因此可以通过施加外力 u 的方法, 即采用自适应闭环反馈的策略来减小它们对被检测信号的影响。

3 反馈力矩器负电刚度分析

z 轴陀螺仪的局部结构图如图1所示, 图1中下部的是反馈力矩器。闭环检测控制是通过4个这样的反馈力矩器构成差动形式实现的, 力矩器是闭环检测反馈控制的重要环节^[3]。

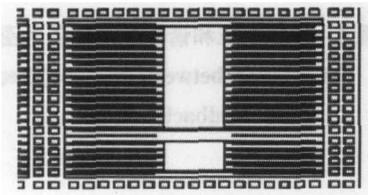


图1 z 轴谐振陀螺仪的局部结构图

Fig.1 Local structure of z -axis vibrating gyroscope

4组反馈力矩器是由许多电容器构成的。在这些电容上加上反馈电压产生静电力。等效结构如图2所示。

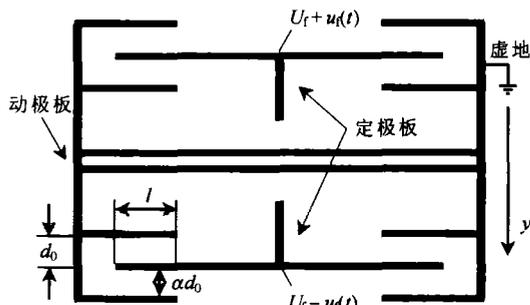


图2 反馈力矩器等效图

Fig.2 The equivalent graph of the feedback force generator

在硅微 z 轴谐振陀螺仪结构中, 定极板固定在基座上。在定极板上所加的电压如图2所示, U_f 为预载直流电压, $u_f(t)$ 为反馈电压, 当沿 y 轴有正向检测位移 y 时, 通过力矩器产生力将动极板拉回平衡位置。极板间的间隙、初始长度表征符号见图2, d_0 和 αd_0 为极板间距 (一般 $\alpha = 10$), l 为定极板与动极板重叠部分的初始长度, 极板的高度为 h (图中未画出)。当沿 y 轴正方向有一位移 y , 由反馈电容产生的反馈力 $F = (U^2/2) \cdot \partial C / \partial y$ 以及由电容值 $C_0 = A\epsilon / d_0$, 式中 ϵ 为空气的介电常数, A 为电容面积, d_0 为反馈电容的初始间距, 上部定极板对动极板产生的反馈力等效合力为

$$F_{F1} = \epsilon l h [U_f + u_f(t)]^2 \cdot$$

$$\partial [1/(d_0 + y) + 1/(\alpha d_0 - y)] / \partial y \quad (4)$$

式中 y 轴正向为正; 下部定极板对动极板产生的反馈力等效合力为

$$F_{F2} = \epsilon l h [U_f - u_f(t)]^2 \cdot \partial [1/(d_0 - y) + 1/(\alpha d_0 + y)] / \partial y \quad (5)$$

反馈力矩器产生的合力为

$$F_f = F_{F1} + F_{F2} =$$

$$\epsilon l h \{ [U_f^2 + u_f^2(t)] [4d_0 y / (d_0^2 - y^2)^2 + 4\alpha d_0 y / (\alpha^2 d_0^2 - y^2)^2] + 2U_f u_f(t) [-2(d_0^2 - y^2) / (d_0^2 - y^2)^2 + 2(\alpha^2 d_0^2 - y^2) / (\alpha^2 d_0^2 - y^2)^2] \}.$$

由 $y^2 \ll d_0^2$, 化简可得

$$F_f = 4\epsilon l h \{ [U_f^2 + u_f^2(t)] (1 + \alpha^3) y / \alpha^3 d_0^3 + U_f (1 - \alpha^2) u_f(t) / \alpha^2 d_0^2 \} \quad (6)$$

由式(6)可得输出的反馈力, 它分为两部分: 第一部分与预载直流电压和反馈信号的平方和有关的力; 第二部分是与预载直流电压和反馈信号的积相关的力。由于位移 y 很小 ($100^\circ/\text{s}$ 的输入角速度产生的位移小于 10^{-8} m), 在计算反馈力的时候, 第一部分力相对第二部分力可以忽略, 简化后可得

$$F_f = 4\epsilon l h U_f (1 - \alpha^2) u_f(t) / \alpha^2 d_0^2 \quad (7)$$

由式(7)可得反馈力与输入反馈电压成正比, 比例系数为

$$K_f = 4\epsilon l h U_f (1 - \alpha^2) / \alpha^2 d_0^2 \quad (8)$$

设参数为 $\epsilon = 8.86 \times 10^{-12}$, $l = 270 \mu\text{m}$, $h = 25 \mu\text{m}$, $d_0 = 2 \mu\text{m}$, $U_f = 5 \text{ V}$, $\alpha = 10$, 可得到 $K_f = -2.96 \times 10^{-7} \text{ N/V}$, 实际有10个这样的结构, 所以 $K_f = -2.96 \times 10^{-6} \text{ N/V}$ 。得到

$$F_f = K_f u_f(t) \quad (9)$$

$$\text{由 } \partial F_f / \partial y = 4\epsilon l h [U_f^2 + u_f^2(t)] (1 + \alpha^3) / \alpha^3 d_0^3,$$

可得这部分力表现为负刚度。它的大小与预载直流电压的大小、反馈的信号的大小以及结构设计的参数有关,负刚度为

$$K_- = 4\varepsilon lh [U_i^2 + u_i^2(t)](1 + \alpha^3)/\alpha^3 d_0^3 \quad (10)$$

将参数 $\varepsilon = 8.86 \times 10^{-12}$, $l = 270 \mu\text{m}$, $h = 25 \mu\text{m}$, $d_0 = 2 \mu\text{m}$, $U_i = 5 \text{V}$, $\alpha = 10$, 代入式(10), 得到负刚度与反馈电压的关系:

$$K_- = 0.03(u_i^2(t) + 25) \quad (11)$$

由式(11)得到负刚度与反馈电压的关系见图3。

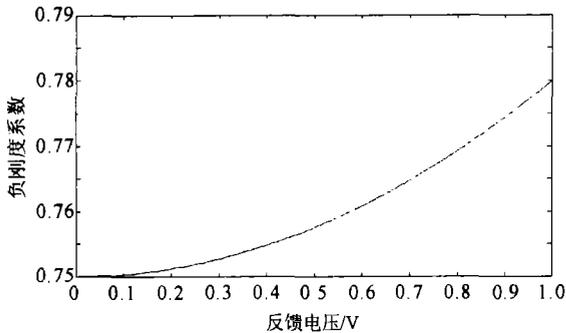


图3 负刚度与反馈电压的关系图

Fig. 3 The relation between negative spring constant and feedback voltage

由式(11)和图3可见,加在z轴陀螺仪的力矩器上的反馈电压信号可表现为改变敏感方向的总刚度,敏感方向刚度的改变导致谐振频率的变化;当反馈信号变化较大时对信号检测有一定影响。

4 实验验证

通过实验进一步验证z轴陀螺仪工作在检测开环工作模式下其电刚度与外加反馈电压的关系,由于z轴陀螺仪敏感方向的总刚度可以通过对其谐振频率的测试来获得,这样通过分析外加电和敏感方向谐振频率的关系就能间接地推导负电刚度与外加反馈电压的关系。实验数据如表1所示。

表1 外加反馈电压和敏感方向谐振频率的关系

Table 1 The relation between resonant frequency and feedback voltage

谐振频率/Hz	反馈电压/V	谐振频率/Hz	反馈电压/V
4 200	1.00	3 670	3.50
4 180	1.50	3 460	3.75
4 150	1.75	3 340	4.00
4 100	2.00	3 260	4.25
4 070	2.25	3 060	4.50
4 020	2.50	2 860	4.75
3 930	2.75	2 670	5.00
3 880	3.00	2 560	5.25
3 760	3.25	2 130	5.50

根据理论公式

$$f_{yr} = [(k_{Tz} - A\varepsilon V^2/y^2)/M]^{1/2} \quad (12)$$

可以通过非线性最小二乘法拟合曲线的方法,进一步估算其等效数学模型

$$f_{yr} = (a - bV^2)^{1/2}$$

中a, b的参数值。经过计算 $a = k_{Tz}/M = 1.8714 \times 10^7 \text{ Hz}^2$, $b = -(A\varepsilon/y^3)/M = 4.5733 \times 10^5 \text{ Hz}^2/\text{V}^2$, 将检测质量块的质量 $M = 0.72 \times 10^{-7} \mu\text{g}$ 代入b表达式,可以估算出负电刚度系数与力矩器所施的电压关系为

$$K_- = 0.03293(u_i^2(t) + K_0) \quad (13)$$

其中 K_- 为负电刚度, $u_i(t)$ 为力矩器所施电压, K_0 为刚度修正值。用 Matlab 工具进行数值拟合计算的结果如图4所示。

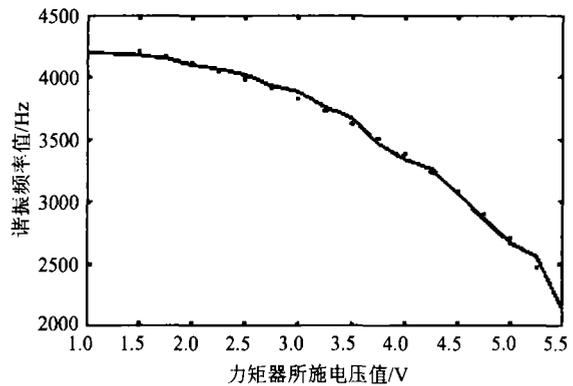


图4 外加电压和谐振频率的关系图

Fig. 4 The relation between resonant frequency and feedback voltage

5 结论

通过对电刚度的理论分析和相应的实验验证,用非线性最小二乘法拟合并计算出硅微z轴陀螺仪敏感方向的负电刚度数学模型,为硅微z轴陀螺仪的闭环控制力矩器的设计奠定了理论和实践基础。

参考文献

- [1] Park S, Horowitz P. Adaptive control for the conventional mode of operation of MEMS gyroscope [J]. Journal of Micro-electromechanical Systems. 2003, 12(1): 101 ~ 108
- [2] Yoichi M, Masaya T, Kuniki O. A micromachined vibrating rate gyroscope with independent beams for the drive and detection modes [J]. Sensors and Actuators, 2000, 80: 170 ~ 178
- [3] Ljung P B. Micromachined Gyroscope With Integrated Electronics [D]. PhD Thesis, The University of California, Berkeley, 1997

(下转第91页)

A New Model of Stress and Strain for Materials

Zhang Yuxian, Wang Hong

(*Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China*)

[**Abstract**] In order to study the residual stresses of auto fettage super high pressure vessel effectively, a new model of stress and strain was developed in this paper. The model is more closer to actual working condition for the steel applied in auto fettage super high pressure vessel through the strict mathematic testification. The example to be given in this paper states how this model was established and how the error was analyzed. The same example also shows that solving the new model of stress and strain based on general tensile curves is feasible and reliable indeed. The model has theoretical signification and engineering practical value to a certain extend.

[**Key words**] low alloy high strength composite; model of stress and strain; hardening exponent

(上接第 68 页)

The Negative Electrostatic Spring Effect Analysis and Experimental Validation of Silicon Micromechanical Vibrating z-axis Gyroscope

Xia Dunzhu, Zhou Bailing, Wang Shourong

(*Institute of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China*)

[**Abstract**] The error principle caused by structural process imperfection of silicon micromechanical z-axis gyroscope in open mode is introduced firstly. A new closed-loop control detection strategy is presented, which would has advantage of minimizing the initial capacitance difference and restraining the cross-talk coupling errors. The negative electrostatic spring effect of feedback force generator is analyzed in focus, and its linear mathematics module is calculated out. By computing the relation between the resonant frequency and feedback force added on the sense mode of MEMS z-axis gyroscope, the inner relation between the negative electrostatic spring coefficient in sense axis and the voltage on the feedback force generator is deduced indirectly. The theory has been testified by experiment, which will lay foundation for the next design of closed-loop scheme.

[**Key words**] silicon micromechanical z-axis gyroscope; negative electrostatic spring constant; feedback force generator; MEMS(microelectronic mechanical system)