



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Engineering

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/eng](http://www.elsevier.com/locate/eng)



Research  
Microwave Wireless Power Transfer Technology—Article

## 具有环形接收区域的微波无线能量传输发射天线口径场分布设计方法

李勋<sup>a</sup>, 段宝岩<sup>a</sup>, 张逸群<sup>a,\*</sup>, 郭永新<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Shaanxi Key Laboratory of Space Solar Power Station System, Xidian University, Xi'an 710071, China

<sup>b</sup> Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore, Singapore 117576, Singapore

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 28 September 2022

Revised 28 June 2023

Accepted 31 July 2023

Available online 13 October 2023

#### 关键词

微波无线能量传输

波束收集效率

环形波束

环形接收区域

灰狼优化算法

Nelder-Mead 单纯形法

### 摘要

本文提出了一种具有环形接收区域的微波无线能量传输发射天线口径场分布设计方法。该设计的目标是使辐射到环形接收区域上的微波功率与总传输功率的比值最大化。通过将口径场幅度分布表示为一组特殊级数的求和,可将该最优设计问题简化为寻找两个实二次型的最大比值。基于矩阵论,可通过确定最大特征值及其对应的特征向量来解决该优化问题。为满足安全要求,将接收区域外的峰值辐射电平视为额外约束。为解决该约束优化问题,提出了将灰狼优化算法和Nelder-Mead单纯形法结合的混合优化方法。为证明所提方法的有效性,首先,对连续口径场分布进行数值仿真实验。然后,使用离散阵列天线来验证优化结果的正确性,其中将单元假设为各向同性的点源。最后,采用微带贴片阵列来进一步验证所提出方法的有效性。

© 2023 THE AUTHORS. Published by Elsevier LTD on behalf of Chinese Academy of Engineering and Higher Education Press Limited Company. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

## 1. 引言

微波无线能量传输 (MPT) 是一种将能量以微波形式从发电点传输到至少一个接收点的能量传输方法。自首次被提出以来, MPT 就引起广泛关注, 原因是该方法消除了传输能量所需的基础设施。MPT 的潜在应用场景包括为无人机供电[1]、给电动汽车充电[2]、双星之间进行能量传输[3]、为物联网设备提供能量[4], 以及为前沿作战基地提供能量[5]。事实上, 大多数 MPT 的发展都是由空间太阳能电站 (SSPS) 的发展推动的。SSPS [6] 是一个巨大的 MPT 系统, 它在外太空收集太阳能并将其转换为直流电能, 然后通过 MPT 技术将直流电能传输到地球。

MPT 系统主要由发射天线和整流天线组成。发射天线的作用是将微波波束聚焦在整流天线上, 而整流天线负责截获入射的微波功率并将其转换为直流电能。

在 MPT 系统中, 将微波能量高效地传输到目标接收器是关键。为了评估该性能, 通常采用波束收集效率 (BCE) 来定义, 是指入射到整流天线孔径上的微波功率与总传输功率的比值[7]。在阵列天线和连续孔径天线研究方面, 已通过大量工作来提高系统的 BCE [8–19]。具体而言, 可通过利用离散椭圆序列[8]或求解广义特征值[9–10]的方法来解决线阵或平面阵列以 BCE 最大化为目标的最优阵列综合问题。除此之外, 一些数值优化方法, 如线性规划[11]、凸规划和压缩感知[12]、 $k$  均值聚类[13]、连

\* Corresponding author.

E-mail address: [yiqunzhang@xidian.edu.cn](mailto:yiqunzhang@xidian.edu.cn) (Y. Zhang).

续分区[14]、遗传算法[15]和粒子群优化 (PSO) 算法[16]可被用于设计具有高BCE的阵列。对于连续孔径天线, 已经提出了阶梯型幅度分布[17]和等腰梯形分布[18], 以降低发射天线的复杂性, 同时确保高的BCE。除了BCE之外, 可通过多目标优化方法来处理如发射天线的孔径功率系数[19]和整流天线上的辐射功率密度变化[20]等性能指标。

值得注意的是, 对于MPT来说, 目前可用的天线设计方法通常集中在优化设计圆形或方形的点波束。然而, 也存在一些特殊情况, 此时需要形成一个环形波束。例如, 在某些应用中, 需要将能量波束引导到一个区域的周边而不是它的中心。例如, 在月球的火山坑中建造一个射电望远镜, 可利用MPT系统为其周边监控和控制系统提供电力供给[21]。可利用MPT系统为环绕山脉的定居点提供能量供给。除此之外, 使用MPT系统为围绕活火山的无线传感器网络充电, 这对于监测火山喷发意义重大[22–23], 因为, 实时监测和预测火山活动的系统对于挽救生命至关重要。除了MPT应用之外, 环形波束天线也被认为是卫星通信和无线局域网 (WLAN) 的良好选择[24–25]。此外, 具有环形强度分布的激光束在生命科学领域有许多重要应用[26–29]。

本文提出了一种用于MPT的发射天线口径场分布的最优设计方法, 该方法可以生成一个环状形束。设计目标是最大化系统的BCE。为了解决安全问题, 将环形接收区域外的峰值辐射电平 (PRL) 作为约束条件。本文的组织结构如下。在第2节中, 首先给出了具有环形接收区域的MPT发射天线口径场分布优化设计方法——先是忽略安全问题 (2.1节), 然后考虑了安全约束问题 (2.2节)。接着, 2.3节提出了将灰狼优化 (GWO) 算法和Nelder-Mead (NM) 单纯形法结合的混合优化方法, 用于处理2.2节中提出的约束优化问题。为了证明所提方法的有效性, 在3.1节给出了连续孔径天线的数值实验。随后, 在第3.2节和第3.3节中分别对各向同性点源和微带贴片单元的阵列天线进行了分析, 以进一步确认优化结果的有效性。最后, 第4节总结了全文。

## 2. 问题描述与解决方法

### 2.1. 用于圆环接收区域的MPT发射天线最佳口径场分布设计

图1给出了MPT系统示意图。其中, 发射天线为半径为 $R_t$ 的圆口径, 圆环形接收天线的内外径分别为 $R_{r1}$ 和 $R_{r2}$ 。假设发射天线和接收天线相互平行且中心对齐, 接

收天线位于发射天线的菲涅尔场区, 二者相距 $L$ 。为简单起见, 假设发射天线的口径场分布呈圆对称分布。令 $E_t(\rho, \psi)$ 为归一化的口径场分布函数, 可表示为:

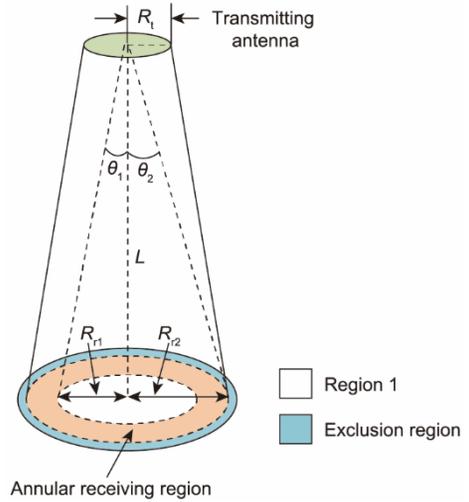


图1. 带有环形接收区域的MPT系统示意图。 $R_{r1}$ : 环形接收区域的内径;  $R_{r2}$ : 环形接收区域的外径;  $R_t$ : 发射天线的半径;  $L$ : 发射天线和接收天线之间的距离;  $\theta_1$ 和 $\theta_2$ : 环形接收区域的张角。

$$E_t(\rho, \psi) = g(\rho) \exp[j\psi(\rho)] \quad (1)$$

式中,  $g(\rho)$ 和 $\psi(\rho)$ 分别表示发射天线口径场幅度和相位分布。 $j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位,  $\rho = r/R_t$ 为归一化的径向距离,  $r$ 是从发射天线中心到发射天线口面上另一点的距离。为在菲涅尔区域 (辐射近场) 将发射波束聚焦到距离为 $L$ 的平面内, 发射天线应施加如下相位分布[30]:

$$\psi(\rho) = \beta \frac{\rho^2 R_t^2}{2L} \quad (2)$$

式中,  $\beta = 2\pi/\lambda$ 为波数,  $\lambda$ 为工作波长。该相位分布可补偿由于口径上每个点与焦点之间的距离差异而产生的相位差, 从而实现焦点处的场同相叠加。事实上, 已经从理论层面证明了, 在焦平面 (即整流天线平面) 靠近轴线的地方, 发射天线的电场具有远场特性[30]。该结论已在参考文献[10,31–32]中得到了验证。基于这个事实, 圆形发射天线的辐射方向图可表示如下:

$$E(\vartheta) = j\beta R_t^2 \frac{e^{-j\beta L}}{L} F(\vartheta) \quad (3)$$

式中,

$$F(\vartheta) = \int_0^1 g(\rho) J_0(\vartheta \rho) \rho d\rho \quad (4)$$

$J_0(\cdot)$ 为第一类0阶贝塞尔函数。 $\vartheta = \beta R_t \sin \theta$ ,  $\sin \theta = r'/L$ ,  $\theta$ 是发射天线张角,  $r'$ 表示从接收天线中心到接收口面上任意一点的径向距离。假设发射天线辐射的峰值微波功率密度为 $I_{0t}$ , 则可计算出照射到接收口面上的微波功率密度

分布:

$$I(\vartheta) = I(r') = I_{\omega} \frac{\beta^2 R_t^4}{L^2} F^2(\vartheta) \quad (5)$$

参考图 1, 根据式 (5) 可计算出发射天线照射到环形接收区域的微波功率:

$$P_r = \int_0^{2\pi} \int_{R_{i1}}^{R_{i2}} I(r') r' dr' d\varphi = 2\pi I_{\omega} R_t^2 \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} F^2(\vartheta) \vartheta d\vartheta \quad (6)$$

式中,

$$\vartheta_i = \beta R_t \sin \theta_i, \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

$\theta_1$  和  $\theta_2$  是图 1 所示的发射天线对环形接收区域的张角。进一步地, 可推导出发射天线总辐射的微波功率:

$$P_t = 2\pi I_{\omega} R_t^2 \int_0^1 g^2(\rho) \rho d\rho \quad (8)$$

基于式 (6) 和式 (8), 具有环形接收区域的 MPT 系统的 BCE 可以表示为:

$$\text{BCE} = \frac{P_r}{P_t} = \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} F^2(\vartheta) \vartheta d\vartheta}{\int_0^1 g^2(\rho) \rho d\rho} \quad (9)$$

从式 (4) 和式 (9) 可以看出, 对于聚焦口径, 发射天线的口径场幅度分布  $g(\rho)$  对可实现的 BCE 起着关键作用。为找到将微波波束聚焦在环形接收区域的最佳口径场幅度分布  $g(\rho)$ , 可将  $g(\rho)$  表示为一个基函数线性叠加 [20], 即

$$g(\rho) = \sum_{n=1}^N x_n (1-\rho^2)^{n-1} \quad (10)$$

式中, 第  $n$  个基函数的形式为  $(1-\rho^2)^{n-1}$ , 一般用于近似表示从天线中心到边缘逐渐减小的幅度锥削 [33],  $x_n$  是对应的权重因子。从式 (10) 可看出, 选择不同的截断系数  $N$  和权重因子  $x_n$ , 可以形成不同的  $g(\rho)$ 。当  $N=1$  时, 式 (10) 即为均匀口径场幅度分布。令  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$ ,  $\mathbf{A} = [1, \dots, (1-\rho^2)^{N-1}]^T$ , 则式 (10) 可改写为:

$$g(\rho) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \quad (11)$$

此时, 式 (9) 的分母可改写为

$$\int_0^1 g^2(\rho) \rho d\rho = \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} \quad (12)$$

式中,

$$\mathbf{B} = \int_0^1 \mathbf{A} \mathbf{A}^T \rho d\rho \quad (13)$$

是一个  $N \times N$  维矩阵且其第  $(m, n)$  个元素具有解析解, 即

$$B_{mn} = \frac{1}{2(m+n-1)} \quad (14)$$

式 (14) 的详细推导过程见附录 A。此外, 将式 (10) 代入式 (4) 中,  $F(\vartheta)$  可重写为:

$$F(\vartheta) = \sum_{n=1}^N x_n \int_0^1 (1-\rho^2)^{n-1} J_0(\vartheta \rho) \rho d\rho \quad (15)$$

值得注意的是, 式 (15) 中积分的  $n$  次分量同样有解析解 [33], 即

$$\int_0^1 (1-\rho^2)^{n-1} J_0(\vartheta \rho) \rho d\rho = \frac{2^{n-1} (n-1)! J_n(\vartheta)}{\vartheta^n} \quad (16)$$

式中,  $J_n(\cdot)$  表示第一类  $n$  阶贝塞尔函数, “!” 表示阶乘。

令  $\mathbf{C} = \left[ \frac{J_1(\vartheta)}{\vartheta}, \dots, \frac{2^{N-1} (N-1)! J_N(\vartheta)}{\vartheta^N} \right]^T$ , 则式 (15) 可改写为:

$$F(\vartheta) = \mathbf{x}^T \mathbf{C} \quad (17)$$

此时, 式 (9) 的分子变为

$$\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} F^2(\vartheta) \vartheta d\vartheta = \mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x} \quad (18)$$

式中,

$$\mathbf{D} = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \mathbf{C} \mathbf{C}^T \vartheta d\vartheta \quad (19)$$

是一个  $N \times N$  维矩阵, 其第  $(m, n)$  个元素可表示为:

$$D_{mn} = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{2^{m-1} (m-1)! J_m(\vartheta)}{\vartheta^m} \times \frac{2^{n-1} (n-1)! J_n(\vartheta)}{\vartheta^n} \vartheta d\vartheta \quad (20)$$

根据式 (12) 和式 (18), 式 (9) 中的 BCE 可以简化为两个实二次型的比值:

$$\text{BCE} = \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x}}{\mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}} \quad (21)$$

BCE 达到最大时所对应的最优设计变量向量 ( $\mathbf{x}^{\text{opt}}$ ) 可表示为:

$$\mathbf{x}^{\text{opt}} = \arg \left[ \max_{\mathbf{x}} \left( \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x}}{\mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}} \right) \right] \quad (22)$$

从式 (14) 和式 (20) 可看出, 对于任意  $m$  和  $n$ ,  $B_{mn} = B_{nm}$ ,  $D_{mn} = D_{nm}$ 。因此, 矩阵  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{D}$  是两个对称矩阵。另外, 对于任意实向量  $\mathbf{x} \neq 0$ , 易知  $\mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x} > 0$  和  $\mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} > 0$ , 因为它们分别表示环形接收区域的截获微波功率和发射天线总辐射的微波功率。因此,  $\mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x}$  和  $\mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}$  是两个正定二次型。根据矩阵论 [34], 求解式 (22) 的关键在于确定最大特征值  $\omega_{\max}$  及其对应的特征向量, 即

$$\mathbf{D} \mathbf{x}^{\text{opt}} = \omega_{\max} \mathbf{B} \mathbf{x}^{\text{opt}} \quad (23)$$

$\omega_{\max}$  即为可获得的最大 BCE, 对应的发射天线最优口径场幅度分布为  $g(\rho) = (\mathbf{x}^{\text{opt}})^T \mathbf{A}$ 。可使用 Matlab 中的 “eig” 函数来求解式 (23), 同时利用 Lapack 软件包 [35]。

## 2.2. 考虑安全约束的用于圆环接收区域的 MPT 发射天线最佳口径场分布设计

2.1 节给出了仅从 BCE 最大化角度出发, 如何设计 MPT 系统发射天线的口径场分布。但需要注意的是, 该

设计无法处理接收区域外的PRL。实际上，在许多MPT应用中，传输功率都是很大的。因此，必须考虑微波辐射安全。为了解决这一问题，必须对辐射到接收区域外的PRL加以约束。在这种情况下，发射天线的最优口径场分布可转化为一个约束优化问题：

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) = -\text{BCE}(\mathbf{x}) \quad (24)$$

$$\text{s.t. } \text{PRL}_1 = 20 \ln \frac{\max_{\theta \leq \theta_1} |F(\theta)|}{\max_{\theta} |F(\theta)|} \leq C_1 \quad (25)$$

$$\text{PRL}_2 = 20 \ln \frac{\max_{\theta \geq \theta_2 + \Delta\theta} |F(\theta)|}{\max_{\theta} |F(\theta)|} \leq C_2 \quad (26)$$

$$-1 \leq x_n \leq 1 \quad (n = 1, \dots, N) \quad (27)$$

式中， $f$ 是目标函数， $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$ 是设计变量向量，用于定义 $g(\rho)$ 的形状。设计目标是实现BCE最大。要将最大化问题转化为标准的最小化问题，可将目标函数乘以 $-1$ ，如式(24)所示。式(25)是一个约束条件，用于确保区域1(图1)边缘或内部的PRL(用 $\text{PRL}_1$ 表示)低于 $C_1$  dB。同样，式(26)是用于确保禁区边缘或禁区外的PRL(用 $\text{PRL}_2$ 表示)低于 $C_2$  dB的约束条件[36]。

### 2.3. 第2.2节所提优化问题的解决策略

显然，式(24)~(26)表示一个有约束的非线性优化问题。为解决这个问题，首先使用罚函数法将其转换为一个无约束优化问题：

$$f(\mathbf{x}) = -\text{BCE}(\mathbf{x}) + K \times (\max\{0, \text{PRL}_1 + C_1\}, \max\{0, \text{PRL}_2 + C_2\}) \quad (28)$$

式中， $K$ 为惩罚因子，被设置为 $10^6$ 。可以看出，当 $\text{PRL}_1$ 或 $\text{PRL}_2$ 大于期望值 $C_1$ 或 $C_2$ 时，式(28)给出的值将非常大。当满足式(25)和式(26)所示的约束条件时，优化将继续搜索使得BCE最大的设计变量向量 $\mathbf{x}$ 。为更好地求解式(28)，提出了一种将GWO算法和NM算法混合的优化方法(GWO-NM)，该方法结合了GWO[37]和NM[38]的优点。下面将详细介绍GWO-NM算法。

#### 2.3.1. 灰狼优化算法

GWO[37]是一种群智能优化技术，该技术模仿了自然界中灰狼的社会等级和狼群集体狩猎行为。在GWO中，所有“狼”(候选解)根据其适应度值被分为四种，以模拟灰狼的社会结构。其中，最优解被定义为 $\alpha$ ，第二和第三最优解分别被命名为 $\beta$ 和 $\delta$ ，其余解被称为 $\omega$ 。在狩猎过程中，狼群会采取三种狩猎策略，即搜寻猎物、包围猎物和攻击猎物。为了模拟灰狼的包围行为，可使用以

下两个公式：

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{E} \cdot \mathbf{G} \quad (29)$$

$$\mathbf{G} = |\mathbf{F} \times \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (30)$$

式中， $\mathbf{X}(t+1)$ 和 $\mathbf{X}(t)$ 是维度为 $N_1$ 的向量，分别表示狼在第 $t+1$ 次和第 $t$ 次迭代时的位置； $N_1$ 是设计变量的个数。 $\mathbf{X}_p(t)$ 是一个 $N_1$ 维向量，表示猎物(潜在最优解)的位置。 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{F}$ 是两个 $N_1$ 维向量，可表示为如下形式：

$$\mathbf{E} = 2\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{a} - \mathbf{a} \quad (31)$$

$$\mathbf{F} = 2\mathbf{r}_2 \quad (32)$$

式中， $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 是维度为 $N_1$ 的随机向量，其每个元素在区间 $[0,1]$ 之间； $\mathbf{a}$ 是一个 $N_1$ 维向量，其元素在整个迭代过程中从2线性递减到0：

$$\mathbf{a} = 2 \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) \quad (33)$$

式中， $t$ 和 $T$ 分别为当前迭代次数和最大迭代次数。通过调整向量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{F}$ ，任意一解 $\mathbf{X}(t)$ 可在 $N_1$ 维搜索空间中调整其相对于 $\mathbf{X}_p(t)$ 的位置，从而模仿灰狼的包围行为。在狼群中，捕猎活动由狼群首领领导，它们更了解猎物的位置。然后，其他狼跟随狼群首领接近猎物。这种群体狩猎机制可以用以下公式表示：

$$\mathbf{G}_\alpha = |\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{X}_\alpha - \mathbf{X}| \quad (34)$$

$$\mathbf{G}_\beta = |\mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{X}_\beta - \mathbf{X}|$$

$$\mathbf{G}_\delta = |\mathbf{F}_3 \cdot \mathbf{X}_\delta - \mathbf{X}|$$

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_\alpha - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{G}_\alpha$$

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_\beta - \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{G}_\beta$$

$$\mathbf{X}_3 = \mathbf{X}_\delta - \mathbf{E}_3 \cdot \mathbf{G}_\delta$$

$$\mathbf{X}(t+1) = (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_3)/3 \quad (36)$$

式中， $\mathbf{X}_\alpha$ 、 $\mathbf{X}_\beta$ 、 $\mathbf{X}_\delta$ 和 $\mathbf{X}$ 分别是第 $t$ 次迭代中 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$ 和 $\omega$ 狼的位置。 $\mathbf{X}(t+1)$ 是狼在第 $t+1$ 次迭代中的更新位置。为更好地理解GWO，感兴趣的读者可参阅文献[37]。

GWO具有良好的全局搜索能力[37]，但局部搜索能力较差。此外，与其他群智能优化算法类似，GWO算法的收敛速度相较于基于梯度的优化方法慢。为解决这一问题，在GWO算法中加入了NM单纯形法。

#### 2.3.2. NM单纯形法

NM单纯形法[38]是一种不依赖求导信息的优化方法，具有强大的局部搜索能力。它的收敛速度非常快，已广泛应用于无约束优化问题。对于一个包含 $N_1$ 个设计变量的优化问题，NM单纯形算法首先形成一个具有 $N_1+1$ 个初始顶点 $\mathbf{x}_l$  ( $l=1, \dots, N_1+1$ )的单纯形 $\Delta$ ，每个顶点代表一个候选解。单纯形是 $N_1$ 维空间中由 $N_1+1$ 个点生成的凸包。

例如，三角形是二维空间中的一个单纯形，四面体是三维空间中的一个单纯形。

在NM算法中，所有 $N_1+1$ 个顶点 $\mathbf{x}_l(l=1, \dots, N_1+1)$ 根据其目标函数值大小，按升序排序，即

$$f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq f(\mathbf{x}_{N_1+1}) \quad (37)$$

目标函数值最小的顶点 $\mathbf{x}_1$ 被称为最佳顶点。对应的， $\mathbf{x}_{N_1+1}$ 被称为最差顶点。每次迭代时，会用一个新生成的顶点替换最差顶点，进而形成一个新的单纯形；或保持最佳顶点不变，缩小整个单纯形，从而形成一个新的单纯形。具体来说，可通过四种操作（反射、扩展、收缩和缩小）来改变一个单纯形的形状，每种操作都与一个参数相关，即 $\gamma$ （反射）、 $\delta$ （扩展）、 $\varepsilon$ （收缩）和 $\sigma$ （缩小）。这些参数的选取应满足 $\gamma > 0$ 、 $\delta > 1$ 、 $\delta > \gamma$ 、 $0 < \varepsilon < 1$ 和 $0 < \sigma < 1$  [38]。下面给出了NM算法的第 $k$ 次迭代过程[38]。

(1) 评估目标函数。求取单纯形 $\Delta_k$ 的 $N_1+1$ 个顶点 $\mathbf{x}_l^k(l=1, \dots, N_1+1)$ 对应的目标函数值，并对其进行排序，使式(37)成立。

(2) 执行反射操作。得到反射点 $\mathbf{x}_r^k$ ：

$$\mathbf{x}_r^k = \bar{\mathbf{x}}^k + \gamma(\bar{\mathbf{x}}^k - \mathbf{x}_{N_1+1}^k) \quad (38)$$

式中， $\bar{\mathbf{x}}^k$ 是前 $N_1$ 个最佳顶点的中心点

$$\bar{\mathbf{x}}^k = \sum_{l=1}^{N_1} \mathbf{x}_l^k / N_1 \quad (39)$$

求 $f(\mathbf{x}_r^k)$ 的值。如果 $f(\mathbf{x}_r^k) < f(\mathbf{x}_1^k)$ ，转第3步；如果 $f(\mathbf{x}_1^k) \leq f(\mathbf{x}_r^k) < f(\mathbf{x}_{N_1}^k)$ ，用 $\mathbf{x}_r^k$ 替换 $\mathbf{x}_{N_1+1}^k$ ，转第7步；如果 $f(\mathbf{x}_{N_1}^k) \leq f(\mathbf{x}_r^k) < f(\mathbf{x}_{N_1+1}^k)$ ，转第4步；否则，转第5步。

(3) 执行扩展操作。得到扩展点 $\mathbf{x}_e^k$ ：

$$\mathbf{x}_e^k = \bar{\mathbf{x}}^k + \delta(\mathbf{x}_r^k - \bar{\mathbf{x}}^k) \quad (40)$$

如果 $f(\mathbf{x}_e^k) < f(\mathbf{x}_r^k)$ ，则用 $\mathbf{x}_e^k$ 替换 $\mathbf{x}_{N_1+1}^k$ ，并转到第7步；否则用 $\mathbf{x}_r^k$ 替换 $\mathbf{x}_{N_1+1}^k$ ，并转到第7步。

(4) 执行外收缩。得到外收缩点 $\mathbf{x}_{oc}^k$ ：

$$\mathbf{x}_{oc}^k = \bar{\mathbf{x}}^k + \varepsilon(\mathbf{x}_r^k - \bar{\mathbf{x}}^k) \quad (41)$$

如果 $f(\mathbf{x}_{oc}^k) < f(\mathbf{x}_r^k)$ ，则用 $\mathbf{x}_{oc}^k$ 替换 $\mathbf{x}_{N_1+1}^k$ ，并转到第7步；否则转到第6步。

(5) 进行内收缩。得到内收缩点 $\mathbf{x}_{ic}^k$ ：

$$\mathbf{x}_{ic}^k = \bar{\mathbf{x}}^k - \varepsilon(\bar{\mathbf{x}}^k - \mathbf{x}_{N_1+1}^k) \quad (42)$$

如果 $f(\mathbf{x}_{ic}^k) < f(\mathbf{x}_{N_1+1}^k)$ ，则用 $\mathbf{x}_{ic}^k$ 替换 $\mathbf{x}_{N_1+1}^k$ ，并转到步骤7；否则转到步骤6。

(6) 执行缩小操作。除最优顶点外，其他所有单纯形顶点，即 $\mathbf{x}_l^k(l=2, \dots, N_1+1)$ ，都被新顶点替换：

$$\mathbf{x}_l^k = \mathbf{x}_1^k + \sigma(\mathbf{x}_l^k - \mathbf{x}_1^k) \quad (43)$$

(7) 确定是否满足停止条件。对新单纯形 $\mathbf{x}_l^k(l=1, \dots, N_1+1)$ 的顶点进行排序，使得式(37)成立。如果达到最大函数评估次数(MNFE)，或者 $|f(\mathbf{x}_1^k) - f(\mathbf{x}_{N_1+1}^k)| \leq \epsilon$ ，其中 $\epsilon$ 是用户自定义的小公差，则停止算法；否则， $k=k+1$ ，转到步骤2。

为清晰起见，图2给出了二维空间中的一个单纯形的反射、扩张、收缩和缩小效果，其中， $\gamma=1.0$ 、 $\delta=2.0$ 、 $\varepsilon=0.5$ 和 $\sigma=0.5$ 。随着迭代的进行，单纯形会逐渐收敛到最佳点。根据参考文献[38]的建议，反射、扩展、收缩和缩小的系数设置如下：

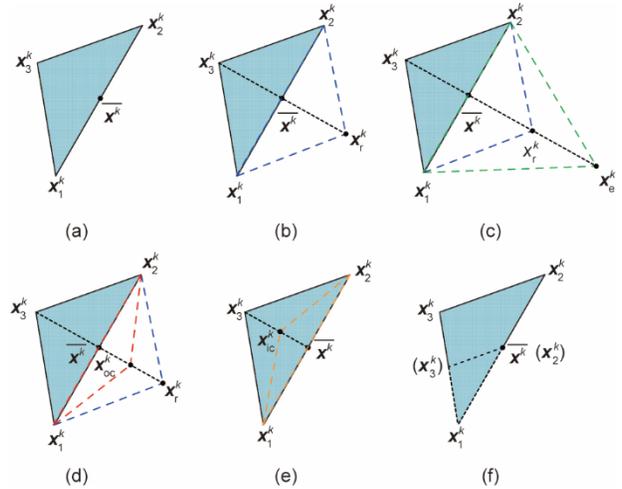


图2. 二维空间中的初始单纯形(a)和反射(b)、扩展(c)、外收缩(d)、内收缩(e)和缩小(f)操作示意图。

$$\gamma=1, \delta=1 + \frac{2}{N_1}, \varepsilon=0.75 - \frac{2}{2N_1}, \sigma=1 - \frac{1}{N_1} \quad (44)$$

NM单纯形法是一种非常有效的局部搜索方法。但是，其优化结果对初始点极为敏感。因此，应谨慎选择初始点。

### 2.3.3. GWO-NM算法

如上所述，GWO算法具有良好的探索能力，但也存在局部搜索能力差和收敛速度慢的缺点。NM单纯形法具有良好的开发能力和较快的收敛速度，但其优化结果受初始解影响较大。为充分发挥这两种算法的优势，本文提出了一种GWO-NM混合算法。GWO-NM算法分为两个阶段：粗略全局搜索阶段和密集局部搜索阶段。在第一阶段（粗略全局搜索阶段），采用GWO算法，在全局范围内探索搜索空间，快速找到有希望的搜索空间。在第二阶段（密集局部搜索阶段），利用NM单纯形法，在GWO找到的有希望的解的基础上进行密集局部搜索，从而找到高质量的解。

在GWO-NM中，单纯形的初始顶点 $\mathbf{x}_l(l=1, \dots, N_1+1)$

通过两种方式生成。首先，执行 $N_1$ 次GWO，并将最优解存储为 $N_1$ 个初始顶点 $\mathbf{x}_i (i=1, \dots, N_1+1)$ 。为加快GWO-NM的收敛速度，通过求解式(23)来获得单纯形的第 $N_1+1$ 个初始顶点，即 $\mathbf{x}_{N_1+1}=\mathbf{x}^{\text{opt}}$ 。基于 $N_1+1$ 个初始解，可形成了一个 $N_1$ 维的单纯形，进而利用NM算法进行搜索寻优。图3给出了GWO-NM算法的示意图。

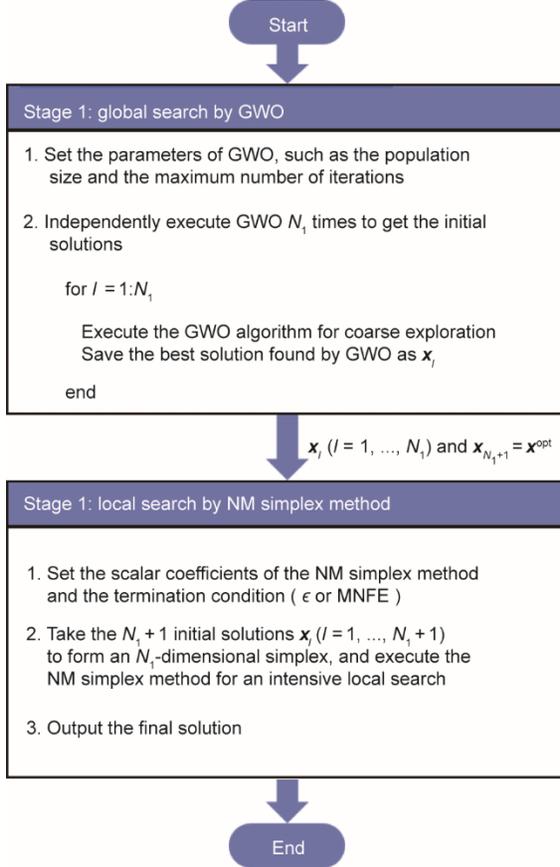


图3. GWO-NM算法示意图。

### 3. 数值分析和讨论

在本节中，将进行并讨论有或无安全约束的具有环形接收区域的MPT发射天线口径场分布的优化设计。首先，

将介绍具有不同接收区域的连续口径天线的优化设计。利用二次相位锥削，发射天线在菲涅尔场区的辐射方向图可近似为远场方向图[10,30]。基于这个事实，首先使用工作在远场区的由各向同性点源组成的阵列，验证优化结果的有效性。其激励系数通过对优化得到的连续口径场分布进行离散采样获得。最后，考虑互耦效应，使用工作在远场区的微带阵列进一步验证了所提出的方法有效性。对于所有的数值实验，工作频率设置为5.8 GHz，位于大气窗口内。

#### 3.1. 用于MPT的具有环形接收区域的连续口径场分布设计

如式(10)所示，发射天线的口径场幅度分布 $g(\rho)$ 由一系列基函数 $(1-\rho^2)^{n-1}$ 叠加而成，其中截断系数为 $N$ 。为了寻找最佳的 $g(\rho)$ 使得BCE最大，应确定截断系数 $N$ 的大小。为此，对一个无约束、以最大化BCE为目标的发射天线的口径场幅度分布 $g(\rho)$ 进行设计。其中，式(9)中的 $\vartheta_1$ 和 $\vartheta_2$ 分别设置为3和9，首先设置 $N$ 为4。通过求解方程(23)，得到的最大BCE为96.047%。表1给出了最优设计变量向量 $\mathbf{x}^{\text{opt}}$ 。然后，将 $N$ 从4增加到{5, 6, 7, 8, 9, 10}。对于每个 $N$ ，求解方程(23)。表1汇总了优化得到的最优BCE和相关的最佳设计变量向量。通过观察可知，当 $N$ 大于7时，最优BCE趋于稳定。因此，在本文中 $N$ 被设置为8。

图4(a)画出了优化的 $g(\rho)$ (实蓝色曲线)，其在天线中心具有峰值，然后从中心逐渐下降到零以下，最后再上升到零以上。值得注意的是，存在一个 $g(\rho)$ 小于零的区域，意味着天线应该反相馈电180°。基于这种不寻常的幅度分布，发射天线的绝大部分辐射功率可聚焦在环形接收区域内，因为获得了非常高的BCE，其值约为97.59%。图4(b)给出了对应的归一化辐射方向图(实蓝色曲线)。尽管实现了非常高的BCE，但在区域1( $\vartheta \leq \vartheta_1$ )，PRL是相当高的(PRL<sub>1</sub> = -6.44 dB)，最大值出现在区域1的边缘。这样高的PRL可能会对电子设备造成干扰或对

表1 不同截断参数 $N$ ( $\vartheta_1=3, \vartheta_2=9$ )对应的最优BCE和对应的最优设计变量向量

$N$	BCE (%)	$\mathbf{x}^{\text{opt}}$
4	96.04754	$[-0.0102, 0.1288, -0.7036, 0.6988]^T$
5	97.51947	$[0.0028, -0.0640, 0.2531, -0.7346, 0.6262]^T$
6	97.58848	$[0.0013, -0.0083, -0.1747, 0.3941, -0.6904, 0.5809]^T$
7	97.58970	$[0.0027, -0.0369, -0.0594, -0.2704, 0.5879, -0.5620, 0.5104]^T$
8	97.58971	$[0.0103, -0.1351, -0.3482, -0.4010, 0.4965, 0.3931, 0.1219, 0.5326]^T$
9	97.58971	$[-0.0102, 0.1347, 0.3476, 0.3984, -0.4898, -0.4022, -0.1112, -0.5369, 0.0013]^T$
10	97.58971	$[-0.0055, 0.0713, 0.2168, 0.0646, 0.1478, -0.8042, 0.3454, -0.3948, -0.0045, -0.0008]^T$

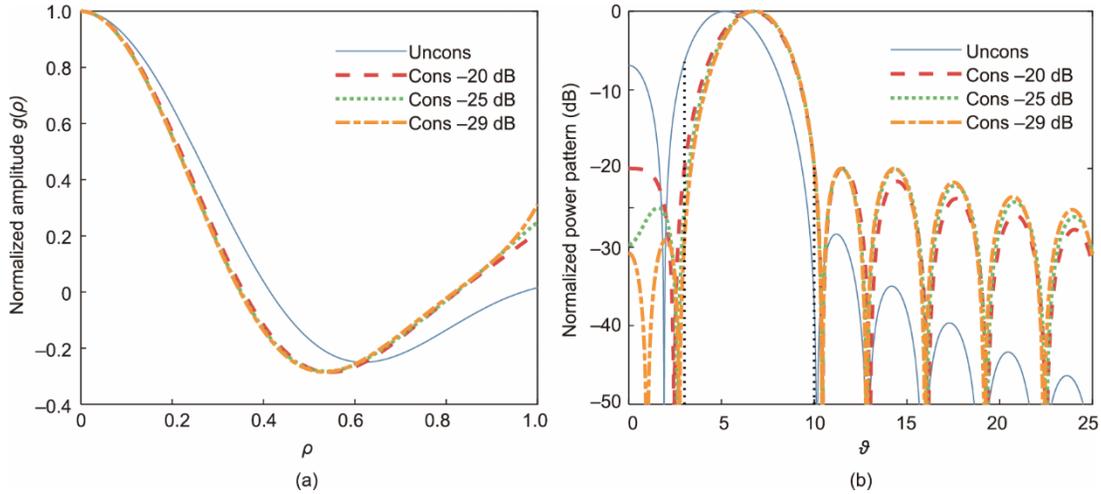


图4. (a) 具有环形接收区域的MPT发射天线有/无安全约束的最优 $g(\rho)$ ; (b) 对应的辐射方向图。左侧垂直黑色虚线表示接收区域的内边缘, 而右侧垂直黑色虚线表示禁区的外边缘。

附近的人造成危害。

出于安全考虑, 必须对环形接收区域外的PRL加以约束。在第一组设计案例中, 假设要求禁区外的PRL低于-20 dB, 即将式(26)中的 $C_2$ 设置为-20 dB, 将禁区大小 $\Delta\theta$ 设置为1。这里考虑对区域1中的PRL施加不同的约束条件, 优化目标是最大化BCE。可利用提出的GWO-NM算法, 来处理这个有限制的优化问题。对于GWO-NM算法中第一阶段中的GWO算法, 种群大小(nPop)设置为nPop=20, 最大迭代次数设置为 $T=200$ , 这些参数对于群智能优化算法来说都非常小。对于GWO-NM算法中第二阶段中的NM单纯形算法,  $MNFE = nPop \times T$ ,  $\epsilon$ 设置为 $1 \times 10^{-6}$ 。

作为第一个设计案例, 要求区域1中的PRL低于-18 dB ( $C_1 = -18$  dB)。通过GWO-NM, 优化得到的BCE为93.09%, 对应的设计变量向量 $\mathbf{x}^{opt}$ 如表2所示。然后, 逐步减小 $C_1$ , 并依次求解约束优化问题。如果找不到可行解, 则停止这一过程。优化后的BCE和相应的设计变量向量如表2所示。为清晰起见, 图5绘制了 $C_1$ 与对应优化得到的BCE之间的关系。显然, BCE与 $C_1$ 之间存在线性关系。 $C_1$ 的抑制极限约为-29 dB, 对应的BCE降低到89.25%。为便于比较和清晰起见, 图4(a)中仅绘出了 $C_1 = -20$  dB、-25 dB和-29 dB时优化得到的 $g(\rho)$ 。图4(b)中左侧垂直黑色点线表示接收区域内边缘( $\theta = \theta_1$ ), 右侧垂直黑色点线表示禁区外边缘( $\theta = \theta_2 + \Delta\theta$ )。从图4(b)可以看出, 区域1中的PRL被抑制, 但禁区外的其他副瓣却被抬高了。需要注意的是, 禁区外的面积要比区域1面积大很多。因此, 当 $C_1$ 被抑制时, 会有更多的功率分布在禁区外。因此, BCE会随着 $C_1$ 的减小而减小。此外,

观察图4(b)还会发现, 主波束的方向发生了偏移。但是, 辐射功率可以被很好地限制在环形接收区域内。该结论可从表2所示的高BCE数值得到验证。

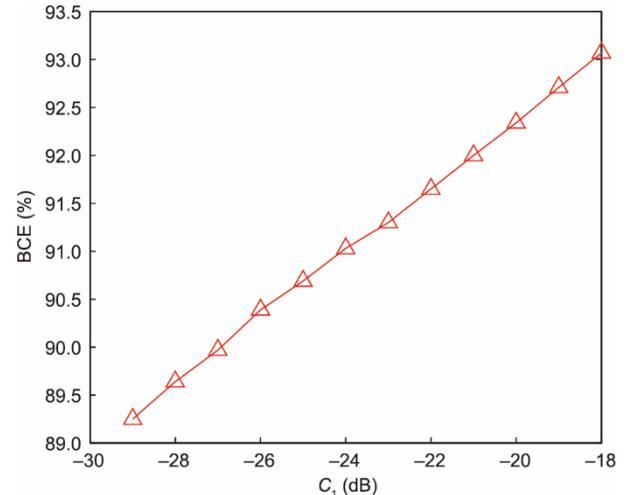


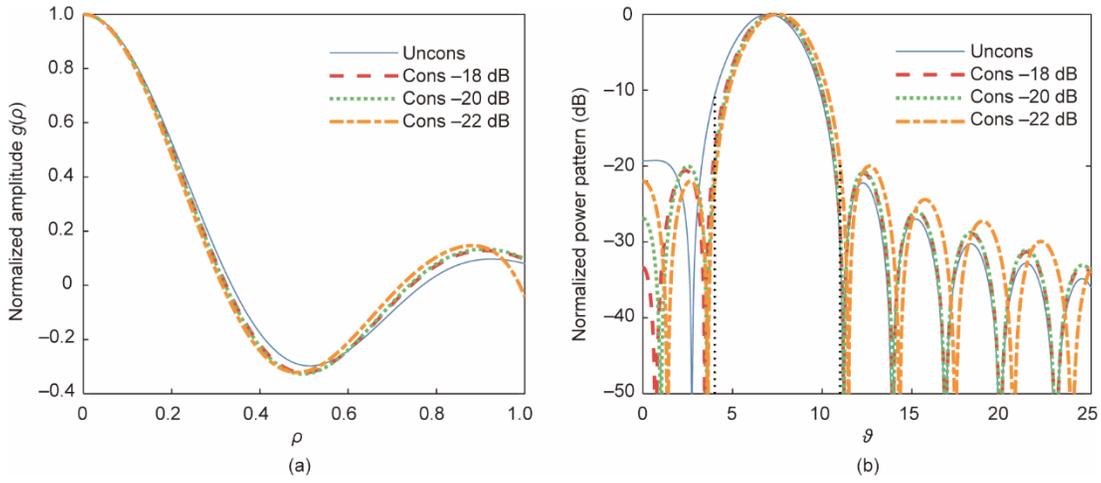
图5. 当 $\theta_1=3$ 、 $\theta_2=9$ 时,  $C_1$ 和可实现BCE之间的关系。

在第二组设计案例中, 方程(9)中的 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 分别设置为4和10。求解方程(23)得到的最优BCE高达97.27%, 对应的最优设计变量向量为 $\mathbf{x}^{opt} = [0.0051, 0.0135, 0.0363, 0.0057, 0.3694, 0.6381, -0.5634, 0.3707]$ 。图6(a)给出了优化的 $g(\rho)$ 。与第一个设计案例类似, 优化的 $g(\rho)$ 在天线中心具有最大值, 然后下降到零以下, 最后上升到零以上。图6(b)给出了对应的辐射方向图, 从中可看出, 在区域1的边缘位置的PRL较高(PRL<sub>1</sub> = -10.67 dB)。

为了降低PRL, 同时获得较高的BCE, 本研究采用GWO-NM算法来处理第2.2节中提出的约束优化问题。这

表2 考虑安全约束优化得到的BCE和最优设计变量向量( $\vartheta_1=3, \vartheta_2=9$ )

$C_1$ (dB)	BCE (%)	$\mathbf{x}^{\text{opt}}$
-18	93.09	[0.1239, -0.2541, -0.4720, 0.2647, -0.2193, -0.8101, 0.6828, 1.3570] <sup>T</sup>
-19	92.71	[-0.0745, 0.1825, 0.1146, 0.1785, -0.2767, 0.5538, -0.0944, -0.9608] <sup>T</sup>
-20	92.34	[-0.7996, 2.3102, 0.0133, 1.3298, 0.7102, 3.6784, -2.6146, -8.3775] <sup>T</sup>
-21	92.00	[-0.3316, 1.0203, -0.2062, 0.5220, 0.4126, 1.7741, -1.4352, -3.2333] <sup>T</sup>
-22	91.65	[-0.2673, 0.8666, -0.3174, 0.3863, 0.5035, 1.4082, -1.2122, -2.5037] <sup>T</sup>
-23	91.30	[-0.1439, 0.4836, -0.1564, -0.2337, 1.1638, 0.1619, -0.6674, -1.1926] <sup>T</sup>
-24	91.03	[0.1865, -0.5729, -0.0255, 0.2814, -0.4094, -1.2854, 0.5110, 2.0685] <sup>T</sup>
-25	90.69	[0.0438, -0.1111, -0.1892, 0.5656, -0.6555, -0.0647, 0.0854, 0.5020] <sup>T</sup>
-26	90.39	[0.1566, -0.4863, -0.0469, 0.4144, -0.3385, -1.2923, 0.3900, 1.8017] <sup>T</sup>
-27	89.97	[0.1287, -0.5016, 0.4885, -0.3573, -0.2556, -0.6962, 0.5477, 1.0998] <sup>T</sup>
-28	89.64	[0.5506, -2.2194, 2.3670, -1.5405, -1.5829, -2.5974, 2.4499, 4.4516] <sup>T</sup>
-29	89.25	[0.0267, -0.1283, 0.2608, -0.4330, 0.2687, -0.0894, -0.1371, 0.3173] <sup>T</sup>

图6. (a) 具有环形接收区域 ( $\vartheta_1=4, \vartheta_2=10$ ) 的MPT发射天线有/无安全约束的最优 $g(\rho)$ ; (b) 对应的辐射方向图。

里, 式 (26) 中  $C_2$  固定为 -20 dB,  $\Delta\vartheta$  设为 1; 在式 (25) 中, 考虑了不同的  $C_1$  值。GWO-NM 算法的参数设置与第一组设计案例相同。表 3 总结了不同  $C_1$  值下的优化 BCE 和对应的优化设计变量向量。具体来说, 当  $C_1$  设置为 -18 dB 时, 优化得到的 BCE 与无约束时优化得到的 BCE 相比, 其下降量 (0.42%) 可忽略不计。 $C_1$  的抑制极限约为 -22 dB。在这种情况下, 优化得到的 BCE 仍然足够高 (BCE = 95.28%)。为了进行比较, 图 6 (a) 中分别绘制了  $C_1 = -18$  dB、-20 dB 和 -22 dB 三种约束条件下优化的

$g(\rho)$ 。从中可看出, 所有优化后的  $g(\rho)$  都具有相似的形状。图 6 (b) 给出了对应的辐射方向图, 从中可清楚地看出, 方向图严格符合设计约束条件。

为研究 GWO-NM 算法的性能, 在处理约束优化问题时, 对 GWO-NM 与 GWO 和 PSO 两种算法进行对比。由于篇幅有限, 本文只考虑了一个设计案例。对于这个问题, 式 (9) 中的  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  分别为 3 和 9,  $C_1$  和  $C_2$  分别设为 -18 和 -20。在 GWO-NM 算法的第一阶段, GWO 的种群规模设为  $n\text{Pop}=20$ , 最大迭代次数设为  $T=200$ 。对于

表3 考虑安全约束优化得到的BCE和最优设计变量向量( $\vartheta_1=4, \vartheta_2=10$ )

$C_1$ (dB)	BCE (%)	$\mathbf{x}^{\text{opt}}$
-18	96.85	[0.0137, 0.0501, -0.1180, -0.0246, -0.3815, 0.2542, -0.1614, 0.5112] <sup>T</sup>
-19	96.78	[-0.0619, -0.1713, 0.0382, 1.8308, -1.1303, 0.7914, 0.5719, -2.4952] <sup>T</sup>
-20	96.72	[-0.2095, -0.9002, 2.7478, -2.6274, 9.0093, -2.1988, -2.4316, -5.5531] <sup>T</sup>
-21	96.64	[-0.0307, -0.1044, 0.1046, 0.7218, -0.6297, 1.2346, -0.7424, -0.8644] <sup>T</sup>
-22	95.28	[0.0117, -0.5707, 2.1741, -3.6918, 3.4273, 0.2399, -1.2313, -0.6321] <sup>T</sup>

GWO-NM算法第二阶段的NM单纯形算法，MNFE设为 $MNFE = nPop \times T = 4000$ 。对于GWO和PSO，种群规模设为 $nPop = 100$ ，最大迭代次数设为 $T = 1000$ 。两种算法的其他参数设置与参考文献[39]中表1相同。为获得统计结果，三种算法都独立运行了五次。表4总结了优化结果和对应的优化时间。数值模拟采用的CPU是英特尔至强E-2224G，主频为3.5 GHz，RAM为32 GB。数值分析软件是MATLAB R2018a [35]。

从表4可清楚地看到，GWO和PSO的优化时间均比GWO-NM长得多。此外，它们的成功率也较低，分别为40%和20%。这里的成功率指的是，成功找到可行解（ $PRL_1 < -18$  dB和 $PRL_2 < -20$  dB）的次数与总试验次数之比。此外，观察表4可知，GWO-NM能够在每次独立运行中找到稳定的最优解。通过上述分析，可以得出结论：与GWO和PSO相比，GWO-NM具有良好的开发能力和较快的收敛速度。

表4 GWO-NM与GWO和PSO处理约束优化问题的性能对比

Computation time (s)	Optimized results			Computation time (s)		
	GWO	PSO	GWO-NM	GWO	PSO	GWO-NM
1	$2.3700 \times 10^5$	$1.08 \times 10^6$	-0.9307	31 707	31 302	7192
2	$7.5000 \times 10^5$	-0.9286	-0.9309	31 974	31 584	7271
3	-0.9293	$1.65 \times 10^6$	-0.9304	32 068	31 945	7183
4	$3.4600 \times 10^5$	$8.13 \times 10^5$	-0.9305	31 716	30 830	7198
5	-0.9284	$6.61 \times 10^5$	-0.9308	31 884	31 402	7217

3.2. 用于环形接收区域的MPT,采用各向同性单元的发射阵列

第3.1节介绍了有/无约束条件的具有环形接收区域的MPT，发射天线连续口径场分布最优设计。在实际工程中，很难（有时甚至不可能）设计出具有优化口径场分布的连续口径天线。不过，优化得到的连续口径场分布可作为参考，用于设计任意口径尺寸的离散阵列天线。这是因为阵列天线的激励系数可通过对连续口径场分布进行离散采样得到。为了说明这一点并验证优化结果的有效性，发射天线采用不同口径尺寸，接收区域的尺寸也不同。这里，发射天线单元采用各向同性单元。

在第一组数值实验中，使用不考虑约束和考虑 $C_1 = -20$  dB和 $C_2 = -20$  dB约束条件下且 $\vartheta_1 = 3$ 、 $\vartheta_2 = 9$ 时优化得到的 $g(\rho)$ 。假定圆形发射阵列的直径 $D_t$ 从 $5\lambda$ 变化为 $\{10\lambda, 15\lambda, 20\lambda, 25\lambda, 30\lambda\}$ 。图1所示的接收角 $\theta_i$  ( $i=1,2$ )可计算如下：

$$\theta_i = \sin^{-1} \left( \frac{2\vartheta_i}{\beta D_t} \right), \quad i=1,2 \quad (45)$$

圆形发射阵列沿 $xoy$ 平面上的矩形网格排列，在 $x$ 和 $y$ 方向上的单元间距为 $d_x = d_y = 0.5\lambda$ 。采用如下方法构成一个圆形阵列。首先，构建一个边长为 $D_t$ 的方形阵列。该方形阵列有 $P$  ( $P = D_t/d_x$ )行和 $Q$  ( $Q = D_t/d_y$ )列个辐射单元。然后，计算从阵列中心到位于第 $p$ 行 ( $p \in [1, P]$ )和第 $q$ 列 ( $q \in [1, Q]$ )个单元的距离 ( $r_{pq}$ )，即

$$r_{pq} = \sqrt{\left[ \left( p - \frac{P+1}{2} \right) d_x \right]^2 + \left[ \left( q - \frac{Q+1}{2} \right) d_y \right]^2} \quad (46)$$

最后，从方阵中删除 $r_{pq} > D_t/2$ 的单元，这样就能形成一个直径为 $D_t$ 的圆形阵列。为清晰起见，在图7给出了 $D_t = 10\lambda$ 的圆形阵列的右上象限。

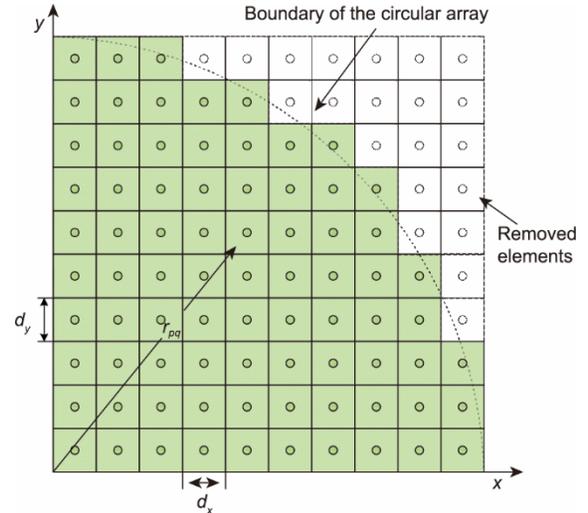


图7. 直径为 $10\lambda$ 的圆形阵列右上象限。

获得圆形阵列后，可使用 $I_{pq} = g(\rho_{pq})$ 求得第 $(p, q)$ 个单元的激励系数，其中 $\rho_{pq} = 2r_{pq}/D_t$ 表示归一化径向距离。得到每个辐射单元的激励系数后，对应的BCE可按下式计算[9]：

$$BCE = \frac{P_r}{P_t} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} |AF(u, v)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |AF(u, v)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (47)$$

式中， $AF(u, v)$ 是阵列因子； $u = \sin \theta \cos \varphi$ ， $v = \sin \theta \sin \varphi$ 是方向余弦； $\varphi$ 是方位角。

与连续口径类似，对于阵列天线，关注的仍然是区域1 ( $PRL_1$ ) 和安全区域 ( $PRL_2$ ) 外可实现的BCE和对应的PRL。表5列出了不同直径发射阵列的详细性能指标计算结果。这里，下标“U”和“C”分别表示无约束和考

考虑  $C_1 = -20$  dB 和  $C_2 = -20$  dB 约束条件下，对应的计算结果。正如预期的那样，在无约束和有约束的情况下，随着阵列直径的增大，可实现的 BCE 随之增大。连续口径的优化得到的 BCE 是具有相同  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  的离散阵列的理论极限。此外，在无约束情况下，当阵列直径大于  $10\lambda$  时，所得到的 BCE 非常接近连续口径对应的 BCE。虽然这个时候获得的 BCE 很高，但产生的  $\text{PRL}_1$  同样相对较高（约  $-7$  dB），这种结果是不希望出现的。对所有有约束条件的设计，对应的  $\text{PRL}_1$  值均降至  $-20$  dB 以下。 $\text{PRL}_1$  值的下降是以牺牲 BCE 为代价换取的，但是 BCE 的下降量不大，这与连续口径得到的结果一致。对于  $\text{PRL}_2$ ，随着阵列尺寸的增大，其值越来越接近  $-20$  dB。由于篇幅所限，图 8 仅给出了  $D_t = 10\lambda$  阵列的三维功率方向图。图中虚线标出的两个圆圈表示的是环形接收区域的内、外界界。可以清楚地看到，在有/无约束条件下，发射天线的辐射功率都能很好地聚焦在接收区域内，这一点可以从获得的高 BCE 值（ $\text{BCE}_U = 97.574\%$  和  $\text{BCE}_C = 90.206\%$ ）得到验证。此外，对比图 8 (b) 和图 8 (a) 可发现，当阵列的激励系数是在  $C_1 = -20$  dB 和  $C_2 = -20$  dB 的约束条件下，对优化后的  $g(\rho)$  进行采样获得的时，其对应的  $\text{PRL}_1$  得到很大抑制。

在第二组数值实验中，阵列天线的激励系数是通过离散化无约束和有约束  $C_1 = -20$  dB 和  $C_2 = -20$  dB（ $\vartheta_1 = 4$  和  $\vartheta_2 = 10$ ）时优化的  $g(\rho)$  得到的。发射阵列的直径依然从  $5\lambda$  变为  $30\lambda$ 。表 6 列出了 BCE、 $\text{PRL}_1$  和  $\text{PRL}_2$  的性能指标计算结果。值得注意的是，在这组测试案例中，随着阵列尺寸的增大，得到的 BCE 先是增大，然后波动，最后接近连续案例对应的 BCE。这种现象可能是由  $g(\rho)$  的离散化误差造成的。此外，对于同一阵列，有 PRL 约束和无 PRL 约束对应的 BCE 差别不大，这与连续情况一致。此外，对于那些通过对优化的  $g(\rho)$  进行采样而得到激励系数（ $D_t \geq 10\lambda$ ）的

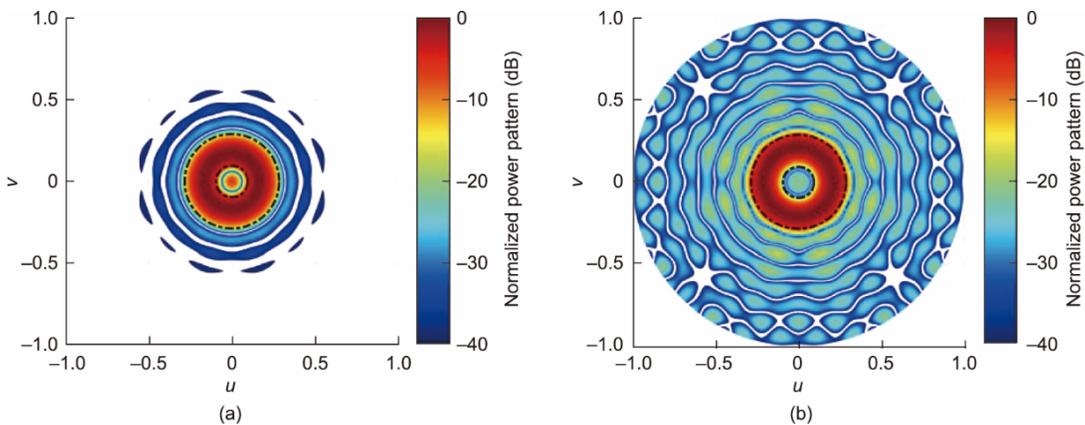


图 8. 各向同性单元组成的阵列 ( $\vartheta_1 = 3, \vartheta_2 = 9$ ) 的归一化三维功率方向图，其激励系数通过采样无约束优化  $g(\rho)$  (a) 获得；(b) 约束条件  $C_1 = -20$  dB、 $C_2 = -20$  dB 对应的优化  $g(\rho)$ 。

表 5 各向同性单元组成阵列的性能参数 ( $\vartheta_1 = 3, \vartheta_2 = 9$ )

$D_t (\lambda)$	Num	$\text{BCE}_U$ (%)	$\text{BCE}_C$ (%)	$\text{PRL}_{1U}$ (dB)	$\text{PRL}_{1C}$ (dB)	$\text{PRL}_{2U}$ (dB)	$\text{PRL}_{2C}$ (dB)
5	80	97.492	88.599	-6.87	-21.42	-26.63	-12.18
10	316	97.574	90.206	-6.76	-21.21	-27.93	-17.99
15	716	97.585	91.125	-6.75	-21.78	-28.21	-19.46
20	1264	97.585	91.291	-6.91	-21.64	-28.31	-19.73
25	1976	97.587	91.534	-6.91	-21.75	-28.30	-19.82
30	2828	97.586	91.690	-6.73	-20.06	-28.30	-19.76

Num denotes the number of elements in the transmitting array. The subscripts “U” and “C” indicate the results associated with the optimized  $g(\rho)$  without constraint and with the constraints  $C_1 = -20$  dB and  $C_2 = -20$  dB.

阵列，在  $C_1 = -20$  dB 和  $C_2 = -20$  dB 的约束条件下，相关的  $\text{PRL}_1$  和  $\text{PRL}_2$  非常接近  $-20$  dB。由于篇幅有限，图 9 仅给出了  $D_t = 10\lambda$  阵列的三维功率方向图。可以看出，在这两种情况下，发射天线的大部分辐射功率都能被聚焦在环形接收区域内。利用优化得到的有约束条件的  $g(\rho)$ ，照射到接收区域的  $\text{PRL}_1$  从  $-11.35$  dB 降低到  $-20.03$  dB，同时 BCE 也有小幅降低（ $\text{BCE}_C = 96.117\%$  vs.  $\text{BCE}_U = 96.889\%$ ）。

表 6 各向同性单元组成阵列的性能参数 ( $\vartheta_1 = 4, \vartheta_2 = 10$ )

$D_t (\lambda)$	Num	$\text{BCE}_U$ (%)	$\text{BCE}_C$ (%)	$\text{PRL}_{1U}$ (dB)	$\text{PRL}_{1C}$ (dB)	$\text{PRL}_{2U}$ (dB)	$\text{PRL}_{2C}$ (dB)
5	80	96.644	95.803	-11.43	-19.91	-18.20	-16.68
10	316	96.889	96.117	-11.35	-20.03	-21.39	-20.00
15	716	97.221	96.592	-11.40	-19.97	-22.16	-20.77
20	1264	97.158	96.531	-11.20	-20.00	-22.13	-20.73
25	1976	97.215	96.613	-12.30	-20.00	-22.26	-20.83
30	2828	97.156	96.548	-11.10	-20.09	-22.18	-20.80

### 3.3. 用于具有环形接收区域的 MPT 的发射天线采用贴片单元组成阵列

在本小节中，将使用真实的天线单元来验证所提方法

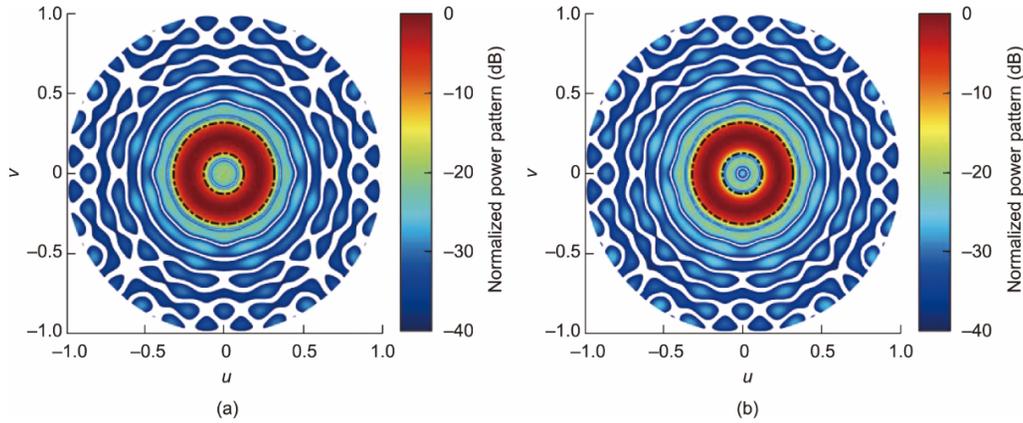


图9. 各向同性单元组成阵列 ( $g_1=4, g_2=10$ ) 的归一化三维功率方向图, 其激励系数通过采样无约束条件的最优  $g(\rho)$  (a) 获得; (b) 约束条件为  $C_1=-20$  dB、 $C_2=-20$  dB 的最优  $g(\rho)$ 。

的有效性。为简单起见, 使用贴片天线[图 10 (a)]。其板材选用罗杰斯 5880, 基板厚度为 1.00 mm, 单元的地板尺寸为  $25.86 \text{ mm} \times 25.86 \text{ mm}$ 。正方形贴片的边长为  $16.25 \text{ mm}$ , 位于地板的中间。馈电位置如图 10 (a) 所示。该贴片单元的谐振频率为 5.8 GHz。需要注意的是, 由于耦合效应影响, 孤立单元的辐射方向图与位于阵中的单元的方向图是不同的。事实上, 阵列中的所有单元的方向图都是不同的; 因此, 通常很难对单元之间的互耦效应进行精确建模。

采用单元阵中方向图 (EEP) [40] 是一种建立单元之间互耦效应的可行方法。EEP 是指位于有限阵列中单个天线的方向图。为了获得贴片天线的 EEP, 采用一个  $5 \times 5$  的贴片阵列[图 10 (b)]; 只给其中心单元激励, 所有其他元件施加  $50 \Omega$  匹配负载。图 10 (c) 给出了单元的三维阵中增益方向图。该方向图包含了邻近单元的互耦影响。假设大多数单元的方向图与其阵中方向图相同 (忽略边缘效应), 则贴片阵列的辐射模方向图可近似计算如下:

$$F(u, v) = AF(u, v) \times EEP(u, v) \quad (48)$$

基于此, 将式 (47) 中的  $AF(u, v)$  替换为式 (48) 中

的  $F(u, v)$ , 即可计算出贴片阵列的 BCE。在这组测试案例中, 圆形贴片阵列的直径固定为  $10\lambda$ , 其单元沿  $x$  和  $y$  轴等间距排列, 单元间距为半波长。此时, 阵列包含 316 个贴片单元。阵列的激励系数采用在无约束和有约束条件  $C_1=-20$  dB 和  $C_2=-20$  dB 下, 通过对优化得到的  $g(\rho)$  ( $g_1=4, g_2=10$ ) 进行离散采样得到。表 7 列出了计算的 BCE、 $PRL_1$  和  $PRL_2$  性能参数。对于无约束优化方案, 安全区域外的 PRL 约为  $-22$  dB, 但区域 1 中的 PRL 相对较高 ( $-12.61$  dB)。在考虑约束条件的设计中, 禁区外和区域 1 中的 PRL 均低于  $-20$  dB。图 11 给出了对应的归一化三维功率方向图。

为进一步研究所提方法的有效性, 使用 Ansys HFSS 对贴片阵列进行了全波仿真。图 12 给出了对应的归一化三维功率方向图, 表 7 同样总结了相关的 BCE、 $PRL_1$  和  $PRL_2$ 。将图 12 (a) 与图 11 (a) 和图 9 (a) 进行比较, 以及将图 12 (b) 与图 11 (b) 和图 9 (b) 进行比较, 可以发现它们之间的偏差很小。从获得的 BCE 和 PRL 值也能证实这一点。事实上, 与各向同性单元组成的阵列相比, 贴片阵列的 BCE 和 PRL 略有提高。通过实际阵列研究, 进一步验证了所提方法的有效性。

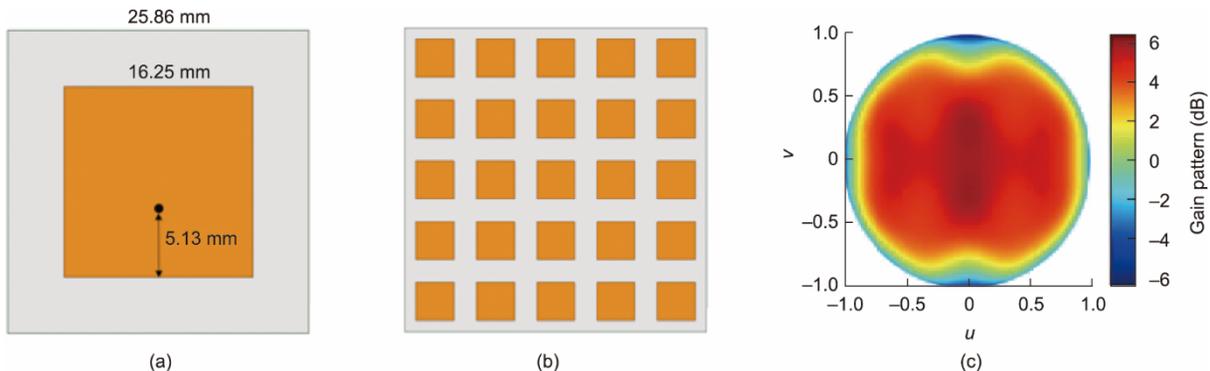


图 10. (a) 贴片天线单元的几何形状; (b)  $5 \times 5$  贴片阵列, 单元间距半波长; (c) 位于贴片阵列中心, 工作频率为 5.8 GHz 的贴片单元的阵中三维图。

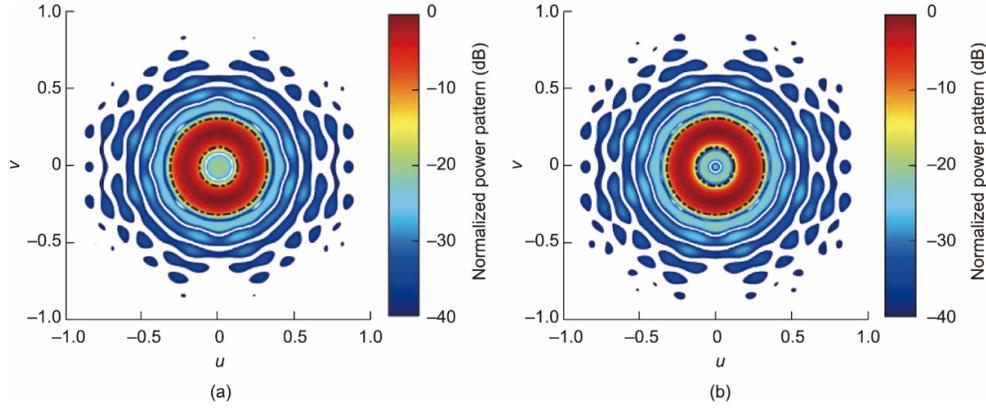


图 11. 贴片阵列 ( $\vartheta_1=4, \vartheta_2=10$ ) 的归一化三维功率方向图, 其激励系数通过离散化无约束条件对应的优化  $g(\rho)$  (a) 获得; (b) 约束条件为  $C_1=-20$  dB 和  $C_2=-20$  dB 的优化  $g(\rho)$  (EEP 法)。

表 7 采用 EEP 和全波仿真方法 ( $\vartheta_1=4, \vartheta_2=10$ ) 仿真的 316 个单元阵列的 BCE 和 PRL

Method	$D_1$ ( $\lambda$ )	Num	BCE <sub>U</sub> (%)	BCE <sub>C</sub> (%)	PRL <sub>1U</sub> (dB)	PRL <sub>1C</sub> (dB)	PRL <sub>2U</sub> (dB)	PRL <sub>2C</sub> (dB)
EEP method	10	316	97.17	96.86	-12.61	-20.34	-21.97	-20.66
Full-wave simulation	10	316	97.43	96.90	-10.95	-19.77	-21.93	-20.55

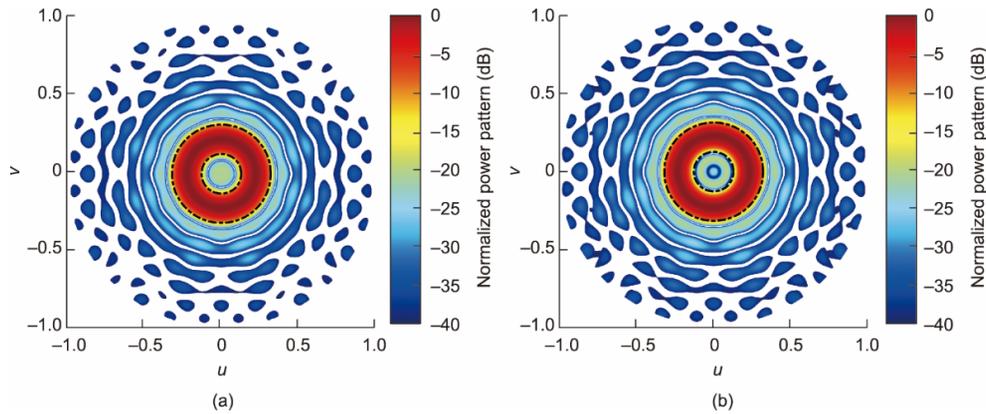


图 12. 贴片阵列 ( $\vartheta_1=4, \vartheta_2=10$ ) 的归一化三维功率方向图, 其激励系数通过离散化无约束条件对应的优化  $g(\rho)$  (a) 获得; (b) 约束条件为  $C_1=-20$  dB 和  $C_2=-20$  dB 的优化  $g(\rho)$  (全波仿真)。

虽然所提方法的有效性是通过工作在远场区的阵列验证的, 但是, 当发射阵列采用二次相位分布时, 所得结果同样适用于工作在辐射近场的阵列。最后, 必须强调的是, 所提出的方法也适用于接收区域为圆形的 MPT 应用。这是因为圆形接收区域是环形接收区域的一种特例, 此时环形接收区域的内径为零。因此, 毫无疑问, 所提出方法将在实际工程中得到广泛应用。

## 4. 结论

本文提出了一种用于具有环形接收区域的 MPT 发射天线的最优口径场分布设计方法, 其中考虑了有和无安全约束两种情况。设计目标是实现最大的 BCE。通过将发射天线的口径场幅度表示为一组特殊级数的求和, 可

将无约束优化设计问题转换为两个实二次型的最大比值问题。利用矩阵论, 可很好地解决这个问题。为了满足安全要求, 需要考虑环形收集区域以外的 PRL。为此, 提出了一种混合 GWO-NM 的优化方法来处理约束优化问题, 并证明能够快速找到最优解。通过所提方法, 可获得具有最大 BCE、有/无约束条件的最佳连续口径场分布。基于此, 可轻松设计任意尺寸的发射阵列。值得注意的是, 该方法同样适用于接收区域为圆形 MPT 应用, 因为圆形接收区域只是环形收集区域的一种特殊情况。

## 致谢

本研究受到国家重点研发计划项目 (2021YFB390030

0)、国家自然科学基金(62201416)和中央高校基本科研业务费(QTZX23070)、秦创原引用高层次创新创业人才项目(QCYRCXM-2022-314)、新加坡教育部学术研究基金1级资助。

## Compliance with ethics guidelines

Xun Li, Baoyan Duan, Yiqun Zhang, and Yongxin Guo declare that they have no conflict of interest or financial conflicts to disclose.

## Appendix A. Supplementary data

Supplementary data to this article can be found online at <https://doi.org/10.1016/j.eng.2023.07.016>

## References

- [1] Satoru S, Nguyen DH, Nishioka Y, Shimamura K, Mori K, Yokota S. The logistics system by rotary wing unmanned aerial vehicle with 28 GHz microwave power transmission. In: Proceedings of IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC); 2019 Jun 18–21; London, UK; 2019.
- [2] Shinohara N. Wireless power transmission progress for electric vehicle in Japan. In: Proceedings of 2013 IEEE Radio and Wireless Symposium; 2013 Jan 20–23; Austin, TX, USA; 2013.
- [3] Bergsrud C, Straub J. A space-to-space microwave wireless power transmission experiential mission using small satellites. *Acta Astronaut* 2013;103:193–203.
- [4] Sun L, Wan L, Liu K, Wang X. Cooperative-evolution-based WPT resource allocation for large-scale cognitive industrial IoT. *IEEE Trans Industr Inform* 2020;16(8):5401–11.
- [5] Rodenbeck CT, Jaffe PI, Strassner II BH, Hausgen PE, McSpadden JO, Kazemi H, et al. Microwave and millimeter wave power beaming. *IEEE J Microw* 2021; 1(1):229–59.
- [6] Li X, Duan B, Song L, Yang Y, Zhang Y, Wang D. A new concept of space solar power satellite. *Acta Astronaut* 2017;136:182–9.
- [7] Li X, Luk KM, Duan B. Aperture illumination designs for microwave wireless power transmission with constraints on edge tapers using bezier curves. *IEEE Trans Antennas Propag* 2019;67(2):1380–5.
- [8] Prasad S. On an index for array optimization and the discrete prolate spheroidal functions. *IEEE Trans Antennas Propag* 1982;AP-30(5):1021–3.
- [9] Oliveri G, Poli L, Massa A. Maximum efficiency beam synthesis of radiating planar arrays for wireless power transmission. *IEEE Trans Antennas Propag* 2013;61(5):2490–9.
- [10] Kojima S, Mitani T, Shinohara N. Array optimization for maximum beam collection efficiency to an arbitrary receiving plane in the near field. *IEEE Open J Antennas Propag* 2021;2:95–103.
- [11] Morabito AF, Laganà AR, Isernia T. Optimizing power transmission in given target areas in the presence of protection requirements. *IEEE Antennas Wirel Propag Lett* 2015;14:44–7.
- [12] Morabito AF. Synthesis of maximum-efficiency beam arrays via convex programming and compressive sensing. *IEEE Antennas Wirel Propag Lett* 2017; 16:2404–7.
- [13] Li X, Duan B, Song L. Design of clustered planar arrays for microwave wireless power transmission. *IEEE Trans Antennas Propag* 2019;67(1):606–11.
- [14] Rocca P, Oliveri G, Massa A. Innovative array designs for wireless power transmission. In: Proceedings of IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on Innovative Wireless Power Transmission: Technologies, Systems, and Applications; 2011 May 12–13; Kyoto, Japan; 2011.
- [15] Anselmi N, Polo A, Hannan MA, Salucci M, Rocca P. Maximum BCE synthesis of domino-tiled planar arrays for far-field wireless power transmission. *J Electromagnetic Wave* 2020;34(17):2349–70.
- [16] Li X, Duan B, Zhou J, Song L, Zhang Y. Planar array synthesis for optimal microwave power transmission with multiple constraints. *IEEE Antennas Wirel Propag Lett* 2017;16:70–3.
- [17] Li X, Duan B, Song L, Zhang Y, Xu W. Study of stepped amplitude distribution taper for microwave power transmission for SSPS. *IEEE Trans Antennas Propag* 2017;65(10):5396–405.
- [18] Baki AKM, Shinohara N, Matsumoto H, Hashimoto K, Mitani T. Study of isosceles trapezoidal edge tapered phased array antenna for solar power station/satellite. *IEICE Trans Commun* 2007;E90-B(4):968–77.
- [19] Li X, Guo Y. Multiobjective optimization design of aperture illuminations for microwave power transmission via multiobjective grey wolf optimizer. *IEEE Trans Antennas Propag* 2020;68(8):6265–76.
- [20] Li X, Luk K, Duan B. Multiobjective optimal antenna synthesis for microwave wireless power transmission. *IEEE Trans Antennas Propag* 2019;67(4):2739–44.
- [21] Potter SD. Specialized phased-array antenna patterns for wireless power and information transmission. In: Proceedings of Space manufacturing 10 Pathways to the high frontier; Princeton, NJ, USA; 1995.
- [22] Takabayashi N, Shinohara N, Mitani T, Furukawa M, Fujiwara T. Rectification improvement with flat-topped beams on 2.45-GHz rectenna arrays. *IEEE Trans Microw Theory Tech* 2020;68(3):1151–63.
- [23] Prasad D, Hassan A, Verma DK, Sarangi P, Singh S. Disaster management system using wireless sensor network: a review. In: Proceedings of 2021 International Conference on Computational Intelligence and Computing Applications (ICCICA); Nagpur, India; 2021.
- [24] Son S, Jeon S, Kim C, Hwang W. GA-based design of multi-ring arrays with omnidirectional conical beam pattern. *IEEE Trans Antennas Propag* 2010;58(5): 1527–35.
- [25] Hua D, Qi S, Wu W, Fang D. Synthesis of conical beam array antenna with concentric loop configuration using element-level pattern diversity technique. *IEEE Trans Antennas Propag* 2018;66(11):6397–402.
- [26] Manek I, Ovchinnicov YB, Grimm R. Generation of a hollow laser beam for atom trapping using an axicon. *Opt Commun* 1998;147(1):67–70.
- [27] Roosen G, Imbert C. The TEM\*01 mode laser beam-A powerful tool for optical levitation of various types of spheres. *Opt Commun* 1978;26(3):432–6.
- [28] Shao B, Esener SC, Nascimento JM, Botvinick EL, Berns MW. Dynamically adjustable annular laser trapping based on axicons. *Appl Opt* 2006;45(25):6421–8.
- [29] Guan JF, Shen Z, Ni X, Lu J, Wang J, Xu B. Numerical simulation of the ultrasonic waves generated by ring-shaped laser illumination patterns. *Opt Laser Technol* 2007;39(6):1281–7.
- [30] Sherman JW. Properties of focused apertures in the Fresnel region. *IEEE Trans Antennas Propag* 1962;10(4):399–408.
- [31] Karimkashi S, Kishk AA. Focused microstrip array antenna using a Dolph-Chebyshev near-field design. *IEEE Trans Antennas Propag* 2009;57(12):3813–20.
- [32] Buffi A, Serra AA, Nepa P, Chou HT, Manara G. A focused planar microstrip array for 2.4 GHz RFID readers. *IEEE Trans Antennas Propag* 2010;58(5):1536–44.
- [33] Balanis CA. *Antenna theory: analysis and design*. 3rd ed. New York City: Wiley; 2005.
- [34] Gantmacher FR. *The theory of matrices*. New York City: Chelsea; 1959.
- [35] Version 9.4 (R2018a), MathWorks. Natick: MATLAB. 2018.
- [36] Potter SD. Optimization of microwave power transmission from solar power satellites [dissertation]. New York City: New York University; 1993.
- [37] Mirjalili S, Mirjalili SM, Lewis A. Grey wolf optimizer. *Adv Eng Softw* 2014; 69:46–61.
- [38] Gao F, Han L. Implementing the Nelder–Mead simplex algorithm with adaptive parameters. *Comput Optim Appl* 2012;51(1):259–77.
- [39] Li X, Guo YX. Grey wolf optimizer for antenna optimization designs: continuous, binary, single-objective, and multiobjective implementations. *IEEE Antennas Propag Mag* 2022;64(6):29–40.
- [40] Mailloux RJ. *Phased array antenna handbook*. 2nd ed. Norwood: Artech House; 2005.