



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Engineering

journal homepage: www.elsevier.com/locate/eng



Research
Electrical and Electronic Engineering—Article

考虑电压-气压的电-气耦合综合能源系统静态稳定域研究

穆云飞^{a,*}, 刘志彬^a, 郭向伟^{a,b}, 贾宏杰^a, 侯恺^a, 余晓丹^a, 骆柏锋^{a,c}, 栗海润^a

^a Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China

^b State Grid Tianjin Electric Power Company, Tianjin 300201, China

^c China Southern Power Grid Digital Grid Research Institute Co., Ltd., Guangzhou 510700, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 5 June 2023

Revised 17 October 2023

Accepted 8 December 2023

Available online 10 February 2024

关键词

电-气耦合综合能源系统

静态稳定域

连续多能流

多维超平面抽样

摘要

在电-气耦合综合能源系统(IEGS)中, 负荷的波动不仅会影响电力系统中的电压水平, 同样也影响着天然气系统中的气压水平。在电力系统中, 静态电压稳定域(SVSR)是分析电力系统整体静态电压稳定性的一种有效途径。然而, 在IEGS中, 天然气系统的气压可能先于电力系统的电压崩溃, SVSR边界在衡量IEGS的静态稳定性时过于乐观, 致使电力系统中的SVSR分析方法不能直接用于IEGS的分析中。为此, 本文将SVSR的概念拓展至IEGS中, 提出了综合考虑电压-气压的IEGS静态稳定域(IEGS-SSR)。首先, 借鉴电力系统的静态电压稳定边界准则, 提出了天然气系统的静态气压稳定边界准则。在此基础上, 给出了IEGS-SSR的定义, 其可表示为在天然气发电机组(NGU)有功功率注入空间下, 一组满足多能流(MEF)平衡约束及静态电压与气压稳定约束的运行点的集合。为求解IEGS-SSR的边界, 本文提出了连续多能流(CMEF)方法, 用以追踪某一个特定NGU有功出力增长方向下, IEGS静态稳定边界点, 并提出了可均匀采样NGU有功出力增长方向的多维超平面抽样方法。求取的边界点将进一步通过Delaunay三角剖分法来拟合三维空间中的IEGS-SSR边界。最后, 本文通过算例结果验证了所提方法在刻画IEGS-SSR边界的有效性, 并为IEGS-SSR的在线监测提供有力支撑。

© 2024 THE AUTHORS. Published by Elsevier LTD on behalf of Chinese Academy of Engineering and Higher Education Press Limited Company. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. 绪论

在全球碳减排背景下, 可再生能源发电被广泛部署于电力系统中[1–3]。然而, 可再生能源的发电具有强不确定性, 电力系统亟需能快速响应的发电机组以平抑可再生能源发电的强功率波动[4]。天然气发电机组(natural gas-fired generator units, NGUs)因其污染小、响应速度快、效率高的特点, 可作为调峰机组, 与可再生能源发电实现互补, 共同助力新型电力系统建设[5–6]。这也加深了电力系

统与天然气系统的耦合, 电-气耦合综合能源系统(integrated electricity-gas system, IEGS)的概念也随之提出。

随着电力系统与天然气系统耦合程度的不断加深, 两系统能源交互所致安全问题频发, 已然成为了IEGS稳定安全运行面临的主要挑战[7–8]。一方面, 天然气系统故障将威胁电力系统的安全稳定运行, 如天然气的供应短缺会影响NGU的有功出力, 进而可能引发大规模停电事故; 另一方面, 电力系统运行状态的变化也会直接影响天然气系统的正常运行, 变化较大时可能危及天然气系统的

* Corresponding author.

E-mail address: yunfeimu@tju.edu.cn (Y. Mu).

安全稳定,如电力系统的负荷波动将影响天然气管道的输气安全域管口气压水平[5]。近年来,多起发生在中国台湾省[9]、美国南加州[10]以及英国[11]的大停电事故均与天然气的供应有关,并引起了广泛关注。因此,加强IEGS的安全监控,提升IEGS的抗风险能力,已成为当下亟待解决的问题。

在稳定性分析领域,电力系统的静态电压稳定性分析方法发展成熟、理论完善,其研究最早可追溯至20世纪[12–13]。电力系统常根据电力潮流方程的可解性判断系统是否具有静态电压稳定性——电力潮流方程的解通常被认为是电力系统的近平衡点,而当潮流方程无解时,电力系统被认为静态电压失稳[14–15]。从电力系统潮流方程出发,衍生出多种静态电压稳定性分析与指标,如灵敏度法[16]、奇异值分析法[17]以及负荷裕度法[18]。这些方法经过改进后,部分被用于IEGS的稳定安全分析中[19–20]。通过潮流计算进行的静态电压稳定性校验本质是一种“逐点法”,即每次独立分析中仅可给出某一特定运行点是否静态稳定的二元信息,难以对系统当前的运行状态提出整体评价。

“域”的方法延续了逐点法的思想,被广泛应用于电力系统分析中[21],特别是在静态电压稳定性分析中用以给出电力系统静态电压稳定的整体测度信息。文献[22]中提出了考虑负荷增长的静态电压稳定域(static voltage stability region, SVSR)的概念,用以分析电力系统静态电压稳定性与负荷裕度。文中将SVSR定义为给定网络拓扑和网络参数下,所有具有静态电压稳定的运行点的集合。从定义的空间区分,已有学者将SVSR定义在有功功率注入空间[23]、割集功率空间[24]及其他参数空间中[25]。连续潮流(continuation power flow, CPF)方法是刻画SVSR及其边界的常用方法[26],基于CPF方法,已有学者提出了多种创新方法以实现SVSR的快速求解,如几何参数调整[27]、弧长参数化及分段逼近[28]等方法。

然而,鲜有研究同时考虑IEGS的电压与气压并进行统一的静态稳定性分析。电力系统与天然气系统在建模上存在较大差异,因而传统的电力系统静态电压稳定性分析方法不能直接用于天然气系统,乃至IEGS中。在实际的IEGS中,天然气系统可看作是电力系统的“源”,并通过NGU与电力系统相互耦合。NGU的有功出力增长将引发NGU天然气消耗量的增长,并影响电力系统与天然气系统中的多能流分布[29],进而将引发天然气系统中气压的降低[30]。换言之,NGU的有功出力将受到来自电力系统以及天然气系统的双重约束,从而限制了IEGS静态稳定裕度。因此,在IEGS静态稳定分析中存在一定的“木桶

效应”,即IEGS的静态稳定运行“短板”由各耦合能源系统的“短板”共同决定,亟需从全局角度出发,在同时考虑电压与气压约束的情况下,对IEGS的静态稳定性进行统一的分析,以避免对于IEGS静态稳定性的乐观估计。同时,对于IEGS静态稳定边界的清晰量化对提高IEGS调度运行的安全性、经济性和系统故障的防控都将具有重要的指导意义。

为此,本文提出了面向IEGS静态电压与气压稳定的静态稳定域(static stability region, SSR)的概念,用以在负荷波动情况下进行安全监控。IEGS-SSR与现有研究工作的主要区别在于以下两点:一是静态稳定性分析中“裕度”与“域”的方法区别。“裕度”量化了IEGS中当前运行点与静态稳定崩溃点之间的距离[20,31–32],而IEGS-SSR通过构建所有静态稳定运行点的集合,为IEGS提供静态稳定裕度的全局视角。二是现有针对IEGS的静态稳定性研究主要分析多系统耦合对电力系统静态电压稳定性的影响[20,32],本文所提IEGS-SSR则可对IEGS中的电力系统与天然气系统进行统一的静态稳定分析,其中也包含电力系统对天然气系统的反向影响。

本文的主要工作如下:

(1) 基于天然气系统的稳态能流模型,提出了天然气系统的静态气压稳定准则,进而定义了天然气系统静态气压稳定域(static gas pressure stability region, SGSR)及其边界,并以SVSR与SGSR的交集定义了IEGS-SSR及其边界。

(2) 借鉴电力系统CPF的方法,提出了一种可搜索某一给定NGU有功出力增长方向下IEGS-SSR边界点的连续多能流算法(continuation multi-energy flow, CMEF);进而,提出了可均匀抽取NGU有功出力增长方向的多维超平面抽样算法。所求得的边界点将通过超曲面拟合的方式刻画IEGS-SSR边界。算例结果证明,本文所提方法可以均匀地生成IEGS-SSR,且精度满足工程误差要求。

本文的后续章节组织如下:第2节基于IEGS的稳态多能流模型及其多能流求解算法,提出了IEGS-SSR的概念;第3节介绍了IEGS-SSR的边界求解算法;第4节为算例分析部分;第5节总结全文主要工作并对未来研究工作展望。

2. 考虑电压-气压的电-气耦合综合能源系统静态稳定域

本章首先介绍了IEGS的多能流模型及其多能流求解

算法,而后描述了SVSR的概念及其约束条件,并依此提出了天然气系统SGSR及IEGS-SSR的概念和约束条件。

2.1. IEGS多能流模型及其求解算法

在电力系统中,静态电压稳定性分析用以衡量在扰动(如负荷增长)后,电力系统节点保持电压水平,不发生电压崩溃的能力[33–34]。当电力系统中出现负荷增长时,电力系统将从初始运行点出发运行至一个新的运行点。静态电压稳定性分析则可以捕获电力系统的运行状态,并评估在负荷增长后的运行状态是否是平衡状态。若分析结果表明电力系统不存在电压崩溃现象,则系统将会在负荷增长后运行至一个新的稳定平衡状态。在静态电压稳定性分析中,电力系统功率传输中动态元件的动态特性被忽略。类比于此,IEGS的静态稳定性分析则是捕获IEGS的运行状态,并判断在系统电力或天然气负荷增长后,IEGS是否会运行至一个新的稳定平衡状态。因而尽管电力系统与天然气系统运行的时间尺度差异巨大,在IEGS静态稳定性分析中,天然气系统的气流在天然气管道的动态传输特性也可被忽略。同样在类似的IEGS静态分析领域,IEGS中动态元件的动态特性均可被忽略[35]。

本文构建了IEGS的稳态多能流模型以求取IEGS的状态变量,模型由电力系统模型、天然气系统模型以及NGU模型三个部分组成。

2.1.1. 电力系统模型

电力系统采用交流模型,各电力系统各节点均满足有功和无功功率平衡,如式(1)、式(2)所示。

$$P_i^{\text{sp}} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \quad (1)$$

$$Q_i^{\text{sp}} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \quad (2)$$

式中, i, j 为电力系统的节点编号; V_i 与 V_j 为节点 i, j 的电压幅值; G_{ij} 、 B_{ij} 为节点 i, j 之间的电导与电纳; θ_{ij} 为节点 i, j 电压的相角差; P_i^{sp} 与 Q_i^{sp} 为节点 i 上的有功功率与无功功率注入,如式(3)、式(4)所示。

$$P_i^{\text{sp}} = P_{G,i} - P_{L,i} \quad (3)$$

$$Q_i^{\text{sp}} = Q_{G,i} - Q_{L,i} \quad (4)$$

式中, $P_{G,i}$ 与 $Q_{G,i}$ 为节点 i 上发电机发出的有功功率与无功功率; $P_{L,i}$ 与 $Q_{L,i}$ 为节点 i 上负荷的有功功率与无功功率。

2.1.2. 天然气系统模型

参照电力系统的模型,本文构建了基于节点-支路的天然气系统模型以求解天然气能流。天然气系统的变量包含节点的注入流量与节点气压[36],根据节点已知变量的区别,可将天然气系统的节点分为两类:平衡节点(也即

气源节点)与负荷节点。天然气系统的节点分类与变量的对应关系如表1所示。

表1 天然气系统的节点分类及变量

Variables	Slack node	Load node
Gas pressure	✓	×
Gas load	×	✓
Gas flow	×	×

Note: ✓ indicates that the variable is known at the node and × indicates that it is unknown at the node.

天然气管道 mn 的流量 f_{mn} 需通过管道两端节点的气压差及管道参数计算得到。Weymouth、Panhandle A与Panhandle B等流量方程常用于天然气系统管道流量的计算,可归纳为式(5)、式(6)[37–39]。

$$c_{mn} f_{mn}^{\zeta} = s_{mn} \cdot (p_m^2 - p_n^2) \quad (5)$$

$$s_{mn} = \begin{cases} +1 & p_m \geq p_n \\ -1 & p_m < p_n \end{cases} \quad (6)$$

式中, c_{mn} 为管道的阻力系数,其大小与管道粗糙程度、管道长度与管道直径相关; ζ 为流动指数; c_{mn} 和 ζ 两参数均与天然气系统的气压水平有关; p_m 、 p_n 分别为天然气节点 m 和 n 的气压;函数 $s_{mn}()$ 为符号指示函数。

天然气系统各节点燃气流量应保持平衡,即注入燃气量等于流出燃气量,如式(7)、式(8)所示。

$$L_m^{\text{sp}} - \sum_{n \in \Omega_m} f_{mn} = 0 \quad (7)$$

$$L_m^{\text{sp}} = L_{s,m} - L_{l,m} \quad (8)$$

式中, L_m^{sp} 为节点 m 的天然气流量注入; Ω_m 为所有与 m 节点通过天然气管道相连的节点的集合; $L_{s,m}$ 与 $L_{l,m}$ 分别为节点 m 的天然气供给量与天然气负荷需求。

2.1.3. NGU模型

NGU作为IEGS常见的耦合元件,将天然气燃烧产生的热能转化为电能。本文将NGU的功率输出与天然气消耗量间的关系简化处理为线性关系,如式(9)所示。

$$P_{G,r} = H \eta_r L_{G,r} \quad (9)$$

式中, $P_{G,r}$ 为第 r 台NGU输出的有功功率; H 为天然气的热值,本文取 $1.0833 \times 10^{-2} \text{ MW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-3}$; η_r 为第 r 台NGU的发电效率,本文取典型值0.55; $L_{G,r}$ 为第 r 台NGU的天然气消耗量[37]。

2.1.4. IEGS稳态多能流计算方法

本文将 \mathbf{x}_{eg} 与 \mathbf{y}_{eg} 定义为IEGS的状态变量以及注入变量,综合电力系统、天然气系统及NGU模型(1)~(9),IEGS稳态多能流模型可归纳为式(10)~(12)。

$$\mathbf{F}_{eg}(\mathbf{x}_{eg}, \mathbf{y}_{eg}) = 0 \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_{eg} = [\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}] \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_{eg} = [\mathbf{P}^{sp}, \mathbf{Q}^{sp}, \mathbf{L}^{sp}] \quad (12)$$

式中, 方程 $\mathbf{F}_{eg}()$ 表示 IEGS 的多能流方程, 包含式 (1) ~ (9); \mathbf{V} 、 $\boldsymbol{\theta}$ 与 \mathbf{p} 分别为电力系统电压幅值、相角与天然气系统的气压向量; \mathbf{P}^{sp} 、 \mathbf{Q}^{sp} 与 \mathbf{L}^{sp} 分别为电力系统节点注入有功功率、无功功率与天然气系统的天然气流量注入向量。

IEGS 稳态多能流的求解方法可大致分为两类: 统一求解法与分立求解法[37]。统一求解法采用牛顿-拉夫逊法 (Newton-Raphson method) 构建 IEGS 统一的雅可比矩阵 \mathbf{J}_{eg} 多次迭代进行统一求解。分立求解法是把 IEGS 在耦合节点处拆解成电力系统和天然气系统分别求解。本文选用分立求解法, IEGS 模型中耦合元件为 NGU, 其在电力系统中可等效为发电机, 在天然气系统里可视为燃气负荷, 由此便可以实现解耦。具体的 IEGS 稳态多能流分立求解步骤可参照文献[37]。

2.2. IEGS-SSR 的定义

目前, 域的方法已在 IEGS 的经济调度与最优安全控制中取得了广泛应用, 如 IEGS 静态安全域[40–41]。IEGS 静态安全域是满足 IEGS 多能流等式与安全运行约束的运行点所构筑的闭合区域。根据静态安全域所需满足的约束条件的差异, 可将安全域划分为多个类型安全域, 如静态电压安全域、静态气压安全域等。然而在 IEGS 的调控过程中, 存在 IEGS 的安全运行约束暂时无法满足的情况。在这种情况下, 类比于电力系统[42], 保证 IEGS 稳态多能流方程的可解性, 防止 IEGS 中的电压与气压崩溃对 IEGS 稳定安全运行至关重要。因此, 需要重新构建一个考虑 IEGS 稳态多能流平衡约束 (也即 IEGS 的静态电压-气压稳定性约束) 的运行区域以评估 IEGS 的静态稳定性, 即本文所提 IEGS-SSR。图1所示即为 IEGS 静态安全域与 IEGS-SSR 之间的包含关系。IEGS-SSR 是满足 IEGS 稳态多能流方程及静态电压-气压稳定性约束的运行点组成的闭合区域。相比之下, IEGS 静态安全域则需额外满足其他安全性约束条件, 如电压幅值安全约束、气压安全性约束等[43]。IEGS-SSR 中的运行点可能因不满足额外的安全性约束而在 IEGS 静态安全域边界之外, 因此 IEGS 的静态安全域包含于 IEGS-SSR 之中。

当 IEGS 中的发电机有功功率注入向量 $\boldsymbol{\omega}_{eg}$ 给定, IEGS 的运行状态也即 IEGS 运行点得以确定。因此, 在有功功率注入空间下 IEGS-SSR Ω_{eg} 可被描述为所有满足静态电压与气压稳定性约束的运行点的集合。本节后续将首先给出

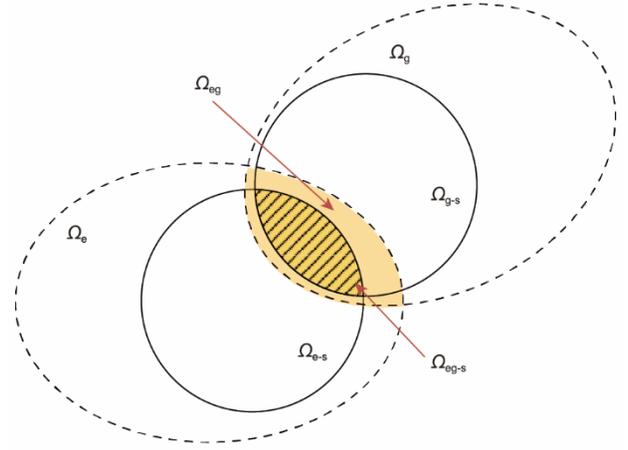


图1. IEGS-SSR 与 IEGS 静态安全域。 Ω_c 、 Ω_g 与 Ω_{eg} 为 SVSR、SGSR 与 IEGS-SSR; Ω_{e-s} 、 Ω_{g-s} 与 Ω_{eg-s} 为静态电压稳定域、静态气压安全域与 IEGS 静态安全域。

SVSR 与 SGSR 的定义及静态稳定边界判据, 并将静态电压与气压稳定边界判据共同作为 IEGS-SSR 的边界判据。

电力系统静态电压稳定性是描述扰动后电力系统保持电压水平的能力, 如负荷激增情况。电力系统单机-单负荷系统常用来分析静态电压稳定性, 如图2 (a) 所示。图2 (b) 中所示 P - V 曲线揭示了受端电压幅值 V_{end} 随电力负荷增长的下降趋势[20,44–45], 并最终下降至其下限 C 点, 也称电力系统的鼻点。 C 点对应了电力系统静态传输功率的最大极限[27]。当电力系统运行至 C 点时, 在数学上体现为电力系统潮流方程中的雅可比矩阵 \mathbf{J}_{ec} 奇异, 电力潮流平衡达到极限, 此时电力系统达到静态电压稳定极限, 如式 (13) 所示。

$$\det(\mathbf{J}_{ec}) = 0 \quad (13)$$

设 e_{min} 为 \mathbf{J}_{ec} 的最小模特征值, e_{min} 可表示为式 (14):

$$e_{min} = \min \sigma(\mathbf{J}_{ec}) \quad (14)$$

式中, 函数 $\sigma()$ 为谱分解函数。

当接近鼻点时, e_{min} 应单调地趋于零值, 因此在实际工程计算中, 当 e_{min} 小于阈值 ε (ε 取 10^{-5}) 时, 即认为节点电压下降至鼻点, 电力系统静态电压失稳。因此电力系统静态电压稳定的判据可以表达为式 (15) [46]:

$$e_{min} \geq \varepsilon \quad (15)$$

电力系统静态电压稳定域 Ω_e 可定义为式 (16):

$$\Omega_e = \{ \forall \boldsymbol{\omega}_e \in R^{1 \times N} | \mathbf{F}_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{y}_e) = 0, e_{min} \geq \varepsilon \} \quad (16)$$

相应地, SVSR 的边界可以定义为式 (17):

$$\partial \Omega_e = \{ \forall \boldsymbol{\omega}_e \in R^{1 \times N} | \mathbf{F}_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{y}_e) = 0, e_{min} = \varepsilon \} \quad (17)$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_e$ 为电力系统中的发电机有功功率注入向量, 也即电力系统的运行点; R 为实数域; 函数 $\mathbf{F}_e()$ 为电力系统的潮流方程 (1) ~ (4); \mathbf{x}_e 与 \mathbf{y}_e 分别为电力系统的状态变量

以及注入变量。

类比于电力系统的静态电压稳定性，天然气系统的静态气压稳定性可定义为天然气系统扰动后避免天然气系统气压失稳的能力，如天然气负荷急剧增长的情形。在IEGS的运行过程中，电力系统中的电力负荷激增将会引发NGU的有功出力增长，进而引发天然气消耗量的增加，这会影响天然气系统的能流平衡关系，并可能引发天然气系统的静态气压失稳情况，如2020年8月美国南加州大停电的案例[47–48]。

文献[35]提出了IEGS统一能路的思想，借助电力网络从电磁场到集总参数电路的推演过程，构建了天然气系统的集总参数气路。借鉴电力系统中的戴维南等效方法，对于天然气系统中的一个负荷节点，其所在系统的输气站及网络拓扑管道可以等效为一个气源以及输气管道，即构建得到单气源-单负荷系统，如图2(c)所示，本文将用该系统分析天然气系统气压随负荷增长而失稳的过程。

设 p_0 为送端气源气压， L_{end} 为受端燃气负荷， c 为管道阻力系数，则受端气压 p_{end} 可根据式(5)与式(6)进行推导，其结果如式(18)所示。

$$p_{\text{end}} = \sqrt{p_0^2 - L_{\text{end}}^2 \cdot c} \quad (18)$$

天然气系统的静态气压失稳过程可类比于电力系统的静态电压失稳过程[33]。当天然气系统负荷(L_{end})增长时，气压(p_{end})从初始平衡状态逐渐下降至0 bar (1 bar = 10^5 Pa [49])。此时，天然气系统达到了其系统达到最大传输流量并触及静态气压稳定边界。天然气系统气压降为0 bar即表示天然气系统节点气压与外界大气压相同，天然气系统的受端节点无法通过继续降低气压向外输送更多的天然气，此时天然气系统的燃气负荷裕度达到最大。

借鉴电力系统的 $P-V$ 曲线，图2(d)为天然气系统的流量-气压($L-p$)曲线。在数学上，根据式(18)，受端气压 p_{end} 的解表现为一对正负解。随着天然气负荷(L_{end})的增长，气压的解成对减小，并最终于 C' 点处气压汇聚为0。此时，若天然气负荷继续增长，在数学上气压的解将出现由实数到虚数的跳变，方程从有解变为无解；在物理上，末端节点气压变为虚数失去实际意义。因此天然气系统 $L-p$ 曲线上的 C' 点即对应于电力系统 $P-V$ 曲线上的 C 点，其数值对应于天然气系统的最大传输流量(L_{max})，也即文献[50]中所提天然气系统的临界流。

进而，对于复杂天然气系统，当天然气系统节点气压的最小值 p_{min} 下降到0时，天然气系统达到气压静态稳定极限，此时天然气系统即将发生气压失稳现象。天然气系

统静态气压是否稳定的判据可以表达为式(19)：

$$p_{\text{min}} \geq 0 \quad (19)$$

天然气系统静态气压稳定域 Ω_g 可定义为式(20)：

$$\Omega_g = \{\forall \omega_g \in R^{1 \times N} | F_g(\mathbf{x}_g, \mathbf{y}_g) = 0, p_{\text{min}} \geq 0\} \quad (20)$$

相应地，SGSR的边界可以定义为式(21)：

$$\partial \Omega_g = \{\forall \omega_g \in R^{1 \times N} | F_g(\mathbf{x}_g, \mathbf{y}_g) = 0, p_{\text{min}} = 0\} \quad (21)$$

式中， ω_g 为天然气系统中的天然气注入向量(为统一量纲，将天然气流量注入转化为等量的有功功率注入量)，也即天然气系统的运行点；函数 $F_g(\cdot)$ 为天然气系统的能流方程(5)~(8)； \mathbf{x}_g 与 \mathbf{y}_g 分别为天然气系统的状态变量以及注入变量。

天然气系统静态气压稳定性和电力系统静态电压稳定性共同决定了IEGS静态稳定性，因此IEGS-SSR Ω_{eg} 可定义为式(22)：

$$\Omega_{\text{eg}} = \{\forall \omega_{\text{eg}} \in R^{1 \times N} | F_{\text{eg}}(\mathbf{x}_{\text{eg}}, \mathbf{y}_{\text{eg}}) = 0, e_{\text{min}} \geq \varepsilon, p_{\text{min}} \geq 0\} \quad (22)$$

其边界可以定义为式(23)：

$$\partial \Omega_{\text{eg}} = \{\forall \omega_{\text{eg}} \in R^{1 \times N} | F_{\text{eg}}(\mathbf{x}_{\text{eg}}, \mathbf{y}_{\text{eg}}) = 0, e_{\text{min}} = \varepsilon \text{ or } p_{\text{min}} = 0\} \quad (23)$$

当IEGS的运行点位于IEGS-SSR边界内时，IEGS的多能流保持平衡，此时IEGS处于静态电压-气压稳定状态。相反，当运行点位于IEGS-SSR边界外时，IEGS-SSR的静态稳定判据将不再满足，IEGS处于静态电压-气压失稳状态。

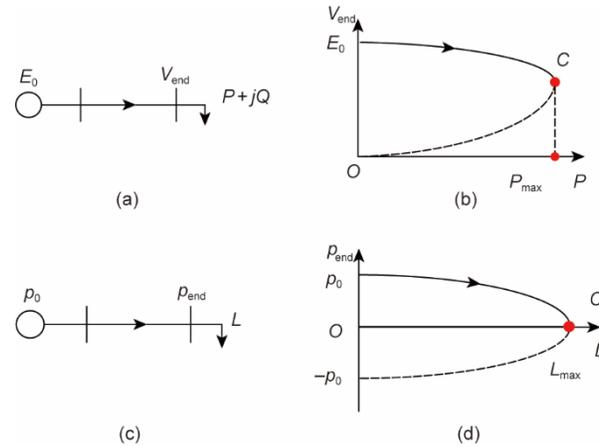


图2. IECS-SSR静态稳定边界判据。(a)电力系统单机-单负荷系统；(b)电力系统 $P-V$ 曲线；(c)天然气系统单气源-单负荷系统；(d)天然气系统 $L-p$ 曲线。 E_0 ：送端电压幅值； V_{end} ：受端电压幅值； P 、 Q ：受端节点有功功率与无功功率； P_{max} ：最大传输功率； p_0 ：送端气源气压； p_{end} ：受端节点气压； L ：受端天然气负荷； L_{max} ：最大传输流量； C 、 C' ：电力系统与天然气系统中的“鼻尖”。

3. IECS-SSR边界的求解

与电力系统的SVSR类似[51–52]，对于一个拓扑结构

确定的IEGS, 其IEGS-SSR将会随着负荷增长方向与NGU机组组合的不同而发生改变。因而在本文构建IEGS-SSR时, 将给定IEGS的网络拓扑结构以及负荷的增长方向。当多台NGU机组被选择响应系统调度时, IEGS-SSR将会根据选定的NGU有功出力增长方向的变化而构建。IEGS-SSR的求解主要分为三步: 一是在确定NGU有功出力增长方向下计算IEGS-SSR的边界点; 二是确定NGU各种可能的有功出力增长方向; 三是依据计算得到的边界点拟合IEGS-SSR边界, 如图3所示。本文将IEGS-SSR定义在选定的NGU机组的有功功率注入空间下, 为保持结果量纲的一致性, 本文将天然气系统的负荷增长量转化为等值的有功功率增长量。

本节提出了一种IEGS-SSR边界求解方法: 通过CMEF方法寻找IEGS-SSR的边界点, 并结合多维超平面抽样方法实现IEGS-SSR边界点的生成。计算的边界点将通过Delaunay三角剖分来拟合域的边界。

3.1. 连续多能流算法

在电力系统的静态电压稳定性分析中, 连续潮流算法(CPF)常被用于追踪静态电压稳定极限点[26]。本文借鉴这种思想, 提出了面向IEGS的连续多能流(CMEF)算法, 该算法在原有CPF中加入了增长因子 λ , 反映IEGS的负荷与供能增长, 可用于追踪随负荷增长而变化的 p_{\min} 和 e_{\min} , CMEF算法通过预测与校正两个计算过程, 克服了接近电压或气压崩溃时IEGS稳态多能流求解的收敛性难题, 并通过判断是否满足式(22)来搜寻IEGS-SSR的边界点。

3.1.1. 增长因子 λ

在稳态多能流方程中引入增长因子 λ 后, 各个节点注入增量表达为式(24)。

$$P_{l,i}(\lambda_e) = P_{l,i0} + \lambda_e K_{l,i}^P \quad (24a)$$

$$Q_{l,i}(\lambda_e) = Q_{l,i0} + \lambda_e K_{l,i}^Q \quad (24b)$$

$$L_{l,m}(\lambda_g) = L_{l,m0} + \lambda_g K_{l,m}^L \quad (24c)$$

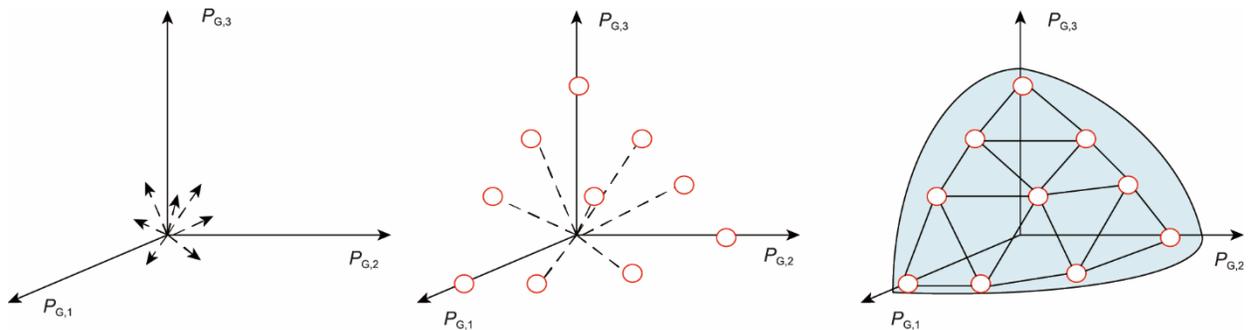


图3. IEGS-SSR的求解。 $P_{G,r}$: 第 r 台NGU的有功出力 ($r = 1, 2, 3$)。

$$P_{G,r}(\lambda_G) = P_{G,r0} + \lambda_G K_{G,r}^P \quad (24d)$$

本文中, 假设电力负荷增长的功率因数恒定。在式(24)中, λ_e 、 λ_g 与 λ_G 分别为电力系统、天然气系统以及发电机的增长因子; $P_{l,i0}$ 与 $Q_{l,i0}$ 分别为电力系统节点 i 处的初始有功功率与无功功率; $L_{l,m0}$ 为天然气系统节点 m 处初始天然气负荷; $P_{G,r0}$ 为第 r 台发电机的初始有功出力; $K_{l,i}^P$ 、 $K_{l,i}^Q$ 、 $K_{l,m}^L$ 与 $K_{G,r}^P$ 为单步长下有功负荷、无功负荷、天然气负荷以及有功出力增长量。根据式(10)~(12), 稳态多能流模型可以改写为式(25)。

$$H_{eg}(\mathbf{x}_{eg}, \mathbf{y}_{eg}(\lambda)) = 0 \quad (25a)$$

$$\mathbf{x}_{eg} = [V, \theta, p] \quad (25b)$$

$$\mathbf{y}_{eg}(\lambda) = [P^{sp}, Q^{sp}, L^{sp}] \quad (25c)$$

式中, 函数 $H_{eg}()$ 为改写后的多能流模型。

为简化处理, 文献[20]中提出了三种模拟负荷增长的模式。本文中选取的负荷增长模式为: 所有电力系统负荷节点的有功功率、无功功率和(或)天然气系统负荷节点的天然气负荷同时增长, 同时给定一个固定的负荷增长方向 K^L , 如式(26)所示。

$$K^L = [K_1/K_\Sigma, K_2/K_\Sigma, \dots, K_{n_i}/K_\Sigma] \quad (26a)$$

$$K_\Sigma = \sum_{i=1}^{n_i} K_i \quad (26b)$$

式中, n_i 为IEGS中所有节点的总数; 式(26b)中的 K_i 可代指式(24a)~(24c)中的 $K_{l,i}^P$ 、 $K_{l,i}^Q$ 与 $K_{l,m}^L$; K_Σ 为 K_i 的求和值。

3.1.2. 预测与校正环节

预测与校正环节用以通过当前IEGS运行点 $\mathbf{x}_{eg}^{(k)}$ 求取下一个运行点的值 $\mathbf{x}_{eg}^{(k+1)}$ 。在预测环节, 设第 k 步IEGS的运行点 $\mathbf{x}_{eg}^{(k)}$ 为式(27)。

$$[\mathbf{x}_{eg}^{(k)}, \lambda^{(k)}] = [V^{(k)}, \theta^{(k)}, p^{(k)}, \lambda^{(k)}] \quad (27)$$

采用切线法计算下一个运行点(第 $k+1$ 步)的预估。首先, 当前IEGS的运行点 $\mathbf{x}_{eg}^{(k)}$ 的切向量将被作为 $\mathbf{x}_{eg}^{(k+1)}$ 的预测方向, 切向量 τ 的表达式为式(28):

$$\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{dx}_{\text{eg}} \\ \text{d}\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{eg}}}{\partial \mathbf{x}_{\text{eg}}} & \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{eg}}}{\partial \lambda} \\ \mathbf{e}_h \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中, \mathbf{e}_h 为第 h 个元素为 1、其余元素为 0 的单位行向量, 用以保证切向量有 τ 确定解 (由于增长因子 λ 的存在, CMEF 中方程数比待求变量数少 1); h 选取为 IEGS 中电压变化得最快的变量编号, 其选取原则如式 (29) 所示。

$$\left| \frac{\text{d}V_h}{V_h} \right| = \max \left\{ \left| \frac{\text{d}V_1}{V_1} \right|, \left| \frac{\text{d}V_2}{V_2} \right|, \dots, \left| \frac{\text{d}V_{n_{PQ}}}{V_{n_{PQ}}} \right| \right\} \quad (29)$$

式中, n_{PQ} 为电力系统的 PQ 节点数量。

若步长固定为 σ , 计算下一个运行点的预估值为 $\mathbf{x}_{\text{eg}}^{(k+1)*}$, 其表达式为式 (30)。

$$[\mathbf{x}_{\text{eg}}^{(k+1)*}, \lambda^{(k+1)*}] = [\mathbf{x}_{\text{eg}}^{(k)}, \lambda^{(k)}] + \sigma \boldsymbol{\tau} \quad (30)$$

在校正环节, 根据预测环节选择的参数 h 对 MEF 方程组进行改写, 得到 CMEF 的求解模型, 如式 (31) 所示。

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{\text{eg}}(\mathbf{x}_{\text{eg}}) = 0 \\ V_h - V_h^* = 0 \end{cases} \quad (31)$$

在式 (31) 中, 预测值 $\mathbf{x}_{\text{eg}}^{(k+1)*}$ 将作为迭代初值, 利用 2.1.4 节中所提的 MEF 分立求解方法求取下一个运行点 $\mathbf{x}_{\text{eg}}^{(k+1)}$ 。在得到一个新的 IEGS 运行点后, 判断新运行点是否满足由式 (22) 定义的域的边界判据。若是得到边界点, 停止连续多能流搜索; 否则重复预测-校正直到满足式 (22)。此时所计算得到的运行点就是 IEGS-SSR 的边界点。

3.2. 多维超平面抽样算法

由于本文 IEGS-SSR 定义在 NGU 有功功率注入空间, 因此需要先确定 NGU 在多维空间里各种可能的有功出力增长方向, 进而才能用 CMEF 计算各个方向下 IEGS-SSR 边界点。然而理论上这样的 NGU 有功增长方向有无数个, 遍历所有 NGU 有功增长方向是不可能实现的, 因此本文提出多维超平面抽样法来尽可能均匀地抽取 NGU 有功出力增长方向, 并求取这些采样方向下的 IEGS-SSR 边界点, 这些边界点将在后续被用于超曲面拟合过程中。

r_s 台 NGU 的有功功率注入向量 $\boldsymbol{\omega}_{\text{eg}}$ 可表示为式 (32)。

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{eg}} = [P_{G,1}, P_{G,2}, \dots, P_{G,r_s}] \quad (32)$$

根据式 (24 d), 引入增长因子 λ 后, $\boldsymbol{\omega}_{\text{eg}}$ 可被改写为式 (33)。

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{eg}} = \boldsymbol{\omega}_{\text{eg},0} + \lambda_{\text{G}} K_{\text{G},\Sigma}^{\text{P}} \boldsymbol{\omega}_{\text{eg},\text{p}} \quad (33\text{a})$$

$$K_{\text{G},\Sigma}^{\text{P}} = \sum_{r=1}^{r_s} K_{\text{G},r}^{\text{P}} \quad (33\text{b})$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{eg},\text{p}} = [\alpha_1^{\text{P}}, \alpha_2^{\text{P}}, \dots, \alpha_{r_s}^{\text{P}}] \quad (33\text{c})$$

$$\alpha_r^{\text{P}} = \frac{K_{\text{G},r}^{\text{P}}}{K_{\text{G},\Sigma}^{\text{P}}}, r=1, 2, \dots, r_s \quad (33\text{d})$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_{\text{eg},0}$ 为 NGU 有功出力初值向量; $K_{\text{G},\Sigma}^{\text{P}}$ 为所选的 r_s 台 NGU 的有功出力增长总和; α_r^{P} 为第 r 台 NGU 有功出力的占比。此时, $\boldsymbol{\omega}_{\text{eg},\text{p}}$ 即为 NGU 的有功出力增长方向。当足够多的有功出力增长方向被采样后, 则可利用 CMEF 求取这些有功出力增长方向下的 IEGS-SSR 边界点。

本节以一个含有三台 NGU 的 IEGS 为例, 说明本文所提多维超平面抽样算法如何在三维空间中采样足量的有功出力增长方向。

如图 4 (a) 所示, 三维空间中的基向量为 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 与 \overrightarrow{OC} , 点 A 、 B 、 C 构成了一个三角形平面, 对于每一个为与平面 ABC 上的点 D_k , 向量 \overrightarrow{OD}_k 均可看做是一个可行的有功出力增长方向, 本文用图 4 (b) 中的三元图做进一步说明。将三元图中的三条边等分成 T 部分 [在图 4 (b) 中 $T=6$], 经过每个等分点做另两条边的平行线, 如此将产生 C_{T+2}^2 个交点 (包含等分点本身及三个顶点), 每个交点的坐标即可视为一个被采用的有功出力增长方向 $\boldsymbol{\omega}_{\text{eg},\text{p}}$ 。

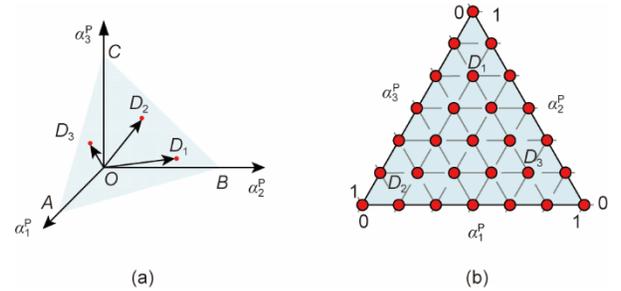


图 4. 三维空间中超平面抽样方法。A、B、C 与 $D_1 \sim D_3$: 平面 ABC 中的点。

为证明本文方法生成方向的采样均匀性, 本文引入比例指标 ratio 及方差指标 var [53], 如式 (34) 所示。式中, d_k 为各 NGU 有功增长方向坐标点 D_k 与其最近增长方向坐标点之间的距离; n_s 为采样点总数; \bar{d} 为所有 d_k 的均值。

本文选取三种不同采样方法进行指标对比: ①本文所提多维超平面抽样; ②蒙特卡洛法; ③空间分割法。

$$\text{ratio} = \frac{\min d_k}{\max d_k} \quad (34\text{a})$$

$$\text{var} = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} (d_k - \bar{d})^2 \quad (34\text{b})$$

$$\bar{d} = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} d_k \quad (34\text{c})$$

如图 5 所示即为三种方法的最终采样结果, 其中黑色圆点表示采样生成的 NGU 有功出力增长方向。对于三维方向的生成, 多维超平面抽样 T 取 14 时, 最终可生成 120 个方向, 如图 5 (a) 所示; 蒙特卡洛法同样取 120 个

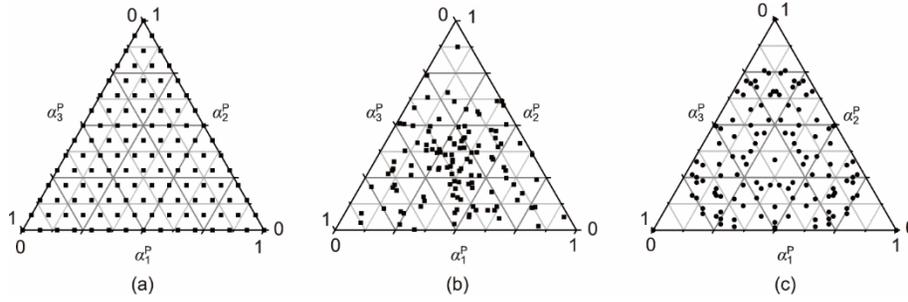


图5. 三种方法生成方向的对比。(a) 多维超平面抽样；(b) 蒙特卡洛法；(c) 空间分割法。

随机方向，如图5 (b) 所示；空间分割法共生成124个方向，如图5 (c) 所示。直观对比下，本文所提方法的均匀性要优于另外两种方法。表2所示为最终计算得到的三种方法的指标结果。

表2 三种方法的指标结果对比

Method	ratio	var
Multidimensional hyperplane sampling method	1.000000	0
Monte Carlo sampling method (one possible result)	0.016278	0.034325
Space segmentation algorithm method	0.033204	0.045469

表2的结果显示，在生成NGU有功增长方向数基本一致的前提下，本文方法的均匀度最好，可为有功出力增长方向采样生成一组均匀的采样点，从而避免了在超曲面拟合中的局部过拟合现象。

3.3. 三维IEGS-SSR的超曲面拟合

IEGS-SSR在三维空间中为一个三维的超曲面形状，本文利用Delaunay三角剖分来拟合三维IEGS-SSR的边界。

在三维空间中，任意三个不共线的点均可唯一构建一个平面（或超平面），如图6所示的平面ABC。假定A、B、C三个点均为通过CMEF边界求得的IEGS-SSR边界点，在忽略算法系统误差的前提下，采用拟合平面ABC来近似逼近实际IEGS-SSR边界面。

基于Delaunay三角剖分方法，对于一组如图4 (b) 所示的采样点，每个点都可以和最邻近的点构成多个三角形平面，将各三角形平面进行拼接，最终形成三维IEGS-SSR的边界曲面，这一拼接过程与足球球面的拼接类似。进一步，对于N维的IEGS-SSR，同样可以采用Delaunay三角剖分思想，利用相邻N个边界点计算得到超平面，拼接拟合IEGS-SSR超曲面。

3.4. 多维空间下IEGS-SSR求解流程

多维空间下IEGS-SSR求解流程如图7所示。具体步骤如下。

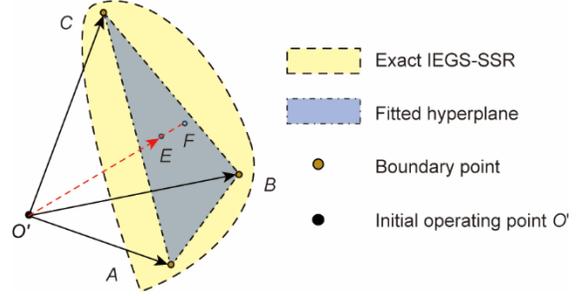


图6. 超曲面拟合及其误差分析。

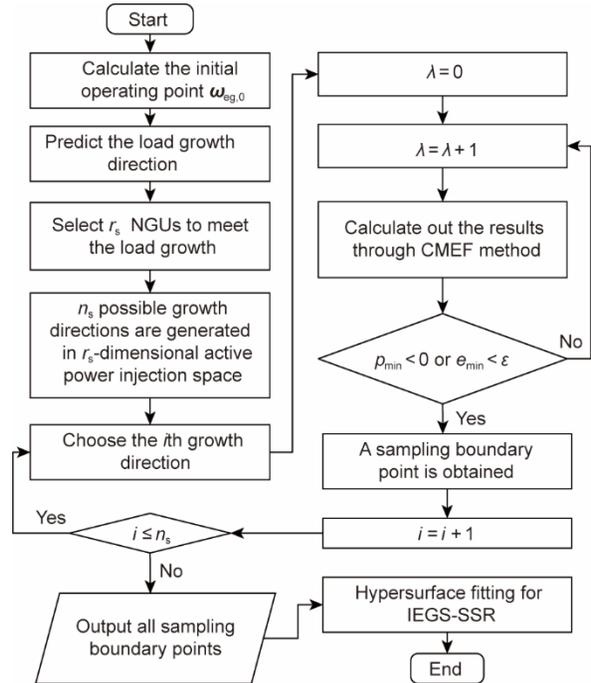


图7. 多维空间下IEGS-SSR求解流程图。

(1) 通过分立求解法计算IEGS稳态多能流，得到初始运行点 $\omega_{eg,0}$ 的各节点电压和气压初值，并通过负荷预测技术预测电力负荷和燃气负荷的增长方向，因此在形成IEGS-SSR的过程中负荷增长方向可以视为已知量。

(2) 假设系统调度员选择IEGS中的R台NGU中的 r_s 台来响应负荷的增长。在 r_s 维NGU有功功率注入空间中，利用多维超平面抽样生成 n_s 个NGU有功出力增长方向。

(3) 依次从中选择一个增长方向, 利用CMEF法追踪天然气系统气压最小值 p_{\min} 和电力系统雅可比矩阵最小模特征值 e_{\min} , 直至满足IEGS的静态稳定判据式(22), 停止追踪并记录 r_s 台NGU有功出力, 如此便得到IEGS-SSR的一个边界点。

(4) 当获得 n_s 个增长方向的边界点后, 利用邻近边界点计算生成超平面, 并拼接拟合得到近似的IEGS-SSR边界。

3.5. 拟合误差分析

本文利用拟合误差指标 e_f 校验超曲面拟合方法的拟合精度。如图6所示, 在有功出力增长方向 OE 上的拟合边界点为点 E , 实际边界点为点 F , 则IEGS-SSR的拟合边界误差可用式(35)表示。

$$e_f = \frac{\|\vec{OF}\| - \|\vec{OE}\|}{\|\vec{OF}\|} \quad (35)$$

根据拟合三角形平面顶点的构成, 可将拟合出的三角形平面分成两种类型。图8中黄色平面为本文采用方法拟合生成的平面。

(1) 类型I: 拟合三角形的三个顶点由同一种边界判据(静态电压稳定判据或静态气压稳定性判据的一种)约束, 如图8(a)所示。

(2) 类型II: 拟合三角形的三个顶点由两种边界判据约束, 即该三角形的三个顶点既包含静态电压稳定性边界点, 也包含静态气压稳定性边界点, 如图8(b)所示。

在类型I的平面中, SGSR与SVSR不相交, 如图8(a)中平面 $D'E'F'$ 完全位于平面 $A'B'C'$ 的“上方”, 这种类型的平面主要的拟合误差为IEGS-SSR边界点的计算误差与超曲面拟合的系统误差。而在类型II的平面中, 如图8(b)所示, SGSR与SVSR会产生一条交线, 所有位于该交线上的点既是静态电压稳定边界点, 也是静态气压稳定边界点, 如交线上的点 M 与 N (M 与 N 分别位于平面 AOB 与平面 AOC 中)。在此情况下, 交线 MN 处存在较大的拟合误差。实际上可将图8(b)的拟合平面拆分为两部分: 一部分为平面 DMN 与平面 AMN 组成; 另一部分为平面 $MNEF$ 与平面 $MNBC$ 组成。这两个平面可分别按照类型I的平面拟合的方式进行拟合, 并拼接得到改进的拟合曲面 $AMN-MNEF$, 如图8(b)紫色曲面。可看出, 本文方法拟合平面 AEF 与曲面 $AMN-MNEF$ 之间仍存在一定的裕度, 也即本文拟合方法在拟合IEGS-SSR时具有一定的保守性, 可采用增加采样点的方式减小如类型II拟合平面的误差。

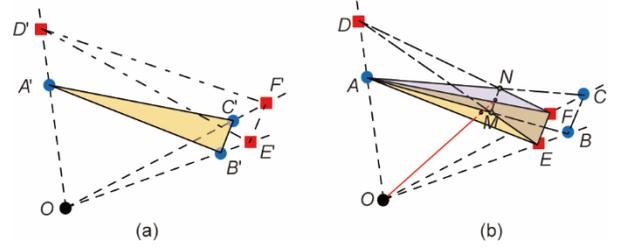


图8. 两种类型平面的拟合误差分析。(a) 类型I; (b) 类型II。

4. 算例分析

本文选取一个典型算例, 验证本文IEGS-SSR求解方法实现IEGS-SSR生成的可行性。

4.1. IEGS系统拓扑与参数设置

本文算例采用的IEGS由39节点英格兰电网[54]与22节点天然气网[49]组成, 其网络拓扑如图9所示。图中 E_i 表示电力系统节点, G_m 表示天然气系统节点。算例中电力系统总共有10台发电机, 节点E31为电力系统平衡节点; 天然气系统气源节点为节点G8, 气源气压设定为58 bar; 电力系统与天然气系统经5台NGU耦合, 并选取其中3台NGU构建其有功功率注入空间下的IEGS-SSR; IEGS电力负荷增长的功率因数设定为0.8; 5台NGU的有功出力初值为 $\omega_{eg,0} = [650, 632, 508, 650, 250]$; $K_{G,\Sigma}^P$ 设定为10 MW。

本文在此基础上设定四个场景用以说明ISGS-SSR、SVSR与SGSR之间的关系。

场景I: 选取NGU₁、NGU₂与NGU₃(命名为: NGU组合O)响应电力负荷增长。忽略天然气系统和电力系统之间的耦合, 分别计算SGSR和SVSR, 其中天然气系统燃气负荷增长仅考虑由于NGU有功出力增加而导致的耦合节点燃气负荷增加。

场景II: 考虑天然气系统和电力系统之间的耦合, 计算IEGS-SSR, 其中天然气系统燃气负荷增长仅考虑由于NGU有功出力增加而导致的耦合节点燃气负荷增加;

场景III: 考虑天然气系统和电力系统之间的耦合, 将天然气系统所有节点的初始燃气负荷水平提高5%、15%、30%和50%, 分别计算IEGS-SSR。

场景IV: 选取其他NGU的机组组合, 构建不同三维NGU有功功率注入空间下的IEGS-SSR。

4.2. 算例结果分析

本算例结果图中红点代表SGSR边界点, 蓝点代表SVSR边界点, 黑线代表拟合平面的边界。

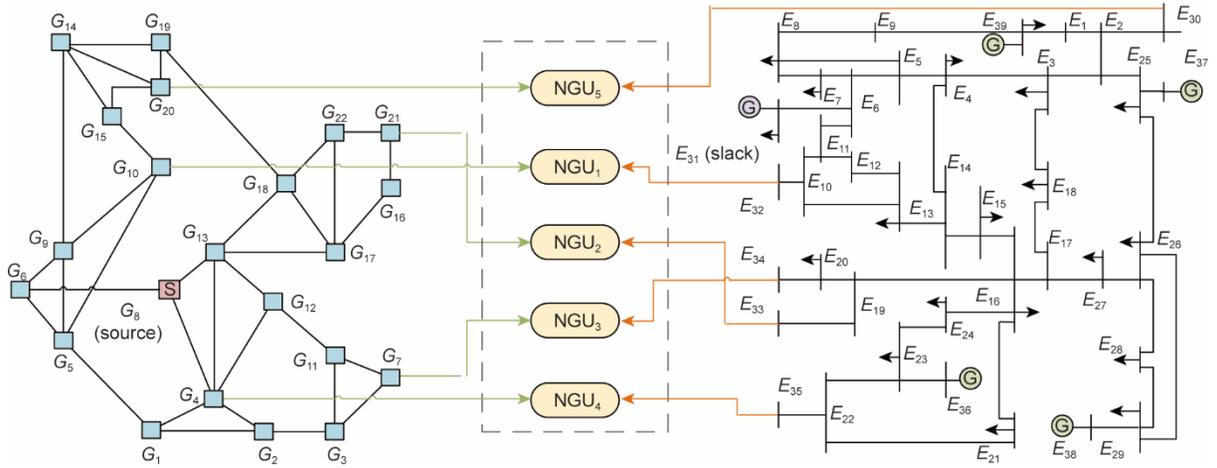


图9. IEGS结构拓扑图。

4.2.1. 场景I

计算得到的SGSR和SVSR如图10所示，多维超平面均匀抽样的 T 值取10，总共有66个边界点。

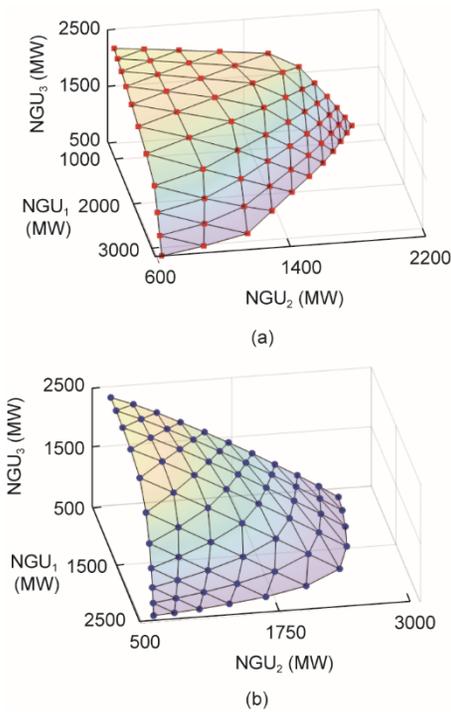


图10. 场景I结果图。(a) SGSR与 (b) SVSR。

4.2.2. 场景II

同时考虑天然气气压和电力系统电压静态稳定，计算IEGS-SSR，如图11所示。对比场景I与场景II的计算结果可以得出，IEGS-SSR的边界由SGSR的边界和SVSR的边界的交集构成。相比于SVSR，由于考虑了天然气系统的静态气压稳定约束，IEGS-SSR出现了一定程度的收缩，从图11中可直观看出部分在只考虑静态电压稳定约束下可行的运行点，现在呈现出静态气压失稳的情形，因而落

在IEGS-SSR的边界范围外。这一结果也印证了采用传统SVSR衡量IEGS的静态稳定性时显得过于乐观。

取两个NGU有功增长方向做详细分析说明(表3)。

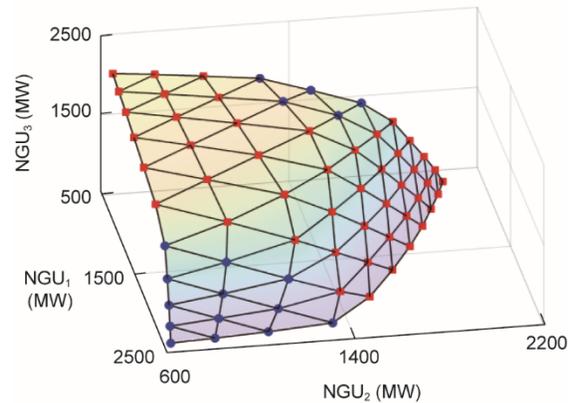


图11. NGU₁-NGU₂-NGU₃有功功率注入空间下的IEGS-SSR。

表3 两个NGU有功增长方向下的边界点信息

Direction	$\omega_{eg,p}$	λ_G	NGU ₁ (MW)	NGU ₂ (MW)	NGU ₃ (MW)	Boundary con- straint
A	[0.2, 0.6, 0.2]	195	1040	1802	898	Natural gas system
B	[0.6, 0.2, 0.2]	262	2222	1156	1032	Power system

如图12(a)所示，在A方向下，当NGU₂的有功出力达到1802 MW ($\lambda_G = 195$)时，天然气系统节点G₂₁的气压降至0，限制了NGU₂有功出力的持续增长。相较于场景I中的SVSR，此调度方向下的IEGS静态稳定裕度远小于SVSR中的静态电压稳定裕度 ($\lambda_G = 254$)，IEGS先触及静态气压稳定边界。如图12(b)所示，在B方向下，当NGU₁的有功出力达到2222 MW ($\lambda_G = 262$)时，电压逐渐下降到电压崩溃点，电力系统潮流计算的雅可比矩阵奇异。此时说明 e_{min} 先于 p_{min} 达到阈值，电力系统的

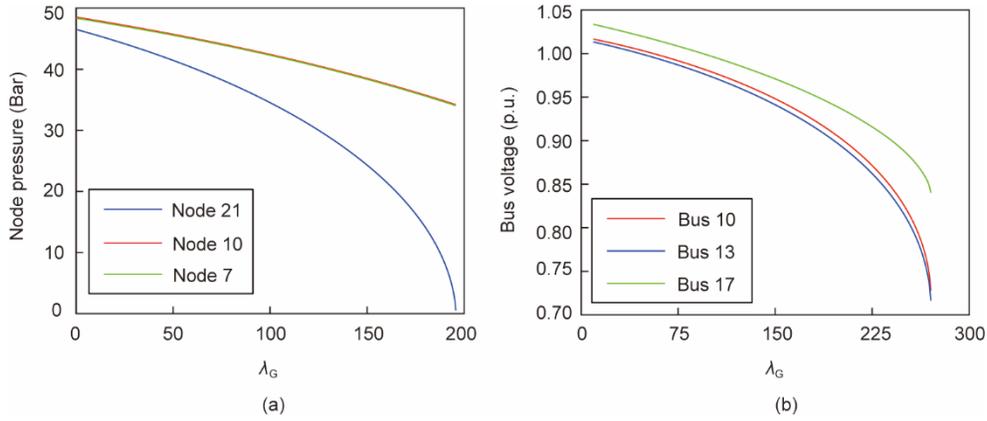


图12. 气压和电压随增长因子有功出力增长的变化。(a) A方向下L-p曲线；(b) B方向下P-V曲线。

静态电压失稳最终引发IEGS的静态失稳，与图中所示IEGS-SSR的边界信息一致。

为验证IEGS-SSR与IEGS静态安全域的包含关系，本节将IEGS-SSR与IEGS静态安全域作于同一坐标系下用以说明，如图13所示。从图可知，本文IEGS-SSR的范围大于IEGS静态安全域，二者之间存在较大裕度。这是因为本文IEGS-SSR主要关心系统电压和气压所能达到的稳定极限，忽略了电压和气压运行的安全约束，但电压和气压达到静态稳定边界之前已经触及了安全运行的边界。

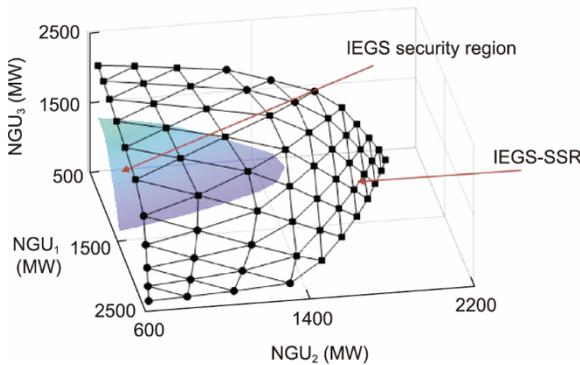


图13. IEGS静态安全域和IEGS-SSR的对比。

4.2.3. 场景III

场景III的计算结果如图14所示。

图14与图11的计算结果对比，可用于验证天然气负荷的增长对IEGS-SSR边界的影响。随着燃气负荷水平的提高，天然气系统气压更加容易达到静态稳定极限，相当于SGSR出现了进一步的收缩，进而影响了IEGS的静态稳定裕度。取NGU有功出力增长方向 $\omega_{eg,p} = [0.7, 0.3, 0]$ 做以详细说明。仅考虑电力系统的静态电压稳定约束下，场景I中SVSR的三台发电机有功出力为[2288, 1334, 508] (即 $\lambda_G = 234$)。同一NGU有功出力增长方向 $\omega_{eg,p}$ 下，不同天然气负荷水平下的SGSR与IEGS-SSR的增长因子 λ_G 的

计算结果如表4所示。

随着天然气负荷的增长，SGSR中的增长因子 λ_G 从247逐渐减小至201，并最终小于SVSR。该方向下IEGS-SSR边界点自天然气负荷增长15%后由初始的SVSR边界点转变为SGSR边界点 (图14中体现为蓝色边界点变为红色边界点)，气压先于电压达到静态稳定极限。另外，随着天然气负荷的增长，最终边界点各NGU有功出力也在不断降低，可见天然气负荷水平的提高也导致了整体IEGS-SSR的收缩，且天然气负荷水平越高，IEGS-SSR收缩程度越大。

4.2.4. 场景IV

本文算例中的IEGS具有5台NGU耦合着天然气系统与电力系统，排列组合下共可组成10种不同的NGU组合，每种组合有3台NGU。在场景IV中，本文将选取另外6种机组组合，并构建基于这些机组组合三维有功功率注入空间下的IEGS-SSR，机组组合设定如下：

NGU组合A: NGU₁、NGU₂与NGU₄

NGU组合B: NGU₁、NGU₂与NGU₅

NGU组合C: NGU₁、NGU₄与NGU₅

NGU组合D: NGU₁、NGU₃与NGU₅

NGU组合E: NGU₂、NGU₃与NGU₄

NGU组合F: NGU₂、NGU₄与NGU₅

如图15所示即为不同机组组合下的IEGS-SSR。

对比图11与图15中的计算结果，即便是在同一NGU有功出力增长方向，不同机组组合响应负荷增长下的IEGS的静态稳定裕度也有巨大差异。取两个NGU有功增长方向做一详细分析说明，保持选取NGU₁与NGU₂不变，改变第三台发电机的选取，并计算这三台发电机有功功率注入空间下的边界点信息，结果如表5所示。在NGU有功增长方向C下，组合O的 λ_G 大于组合B的 λ_G ，然而在D

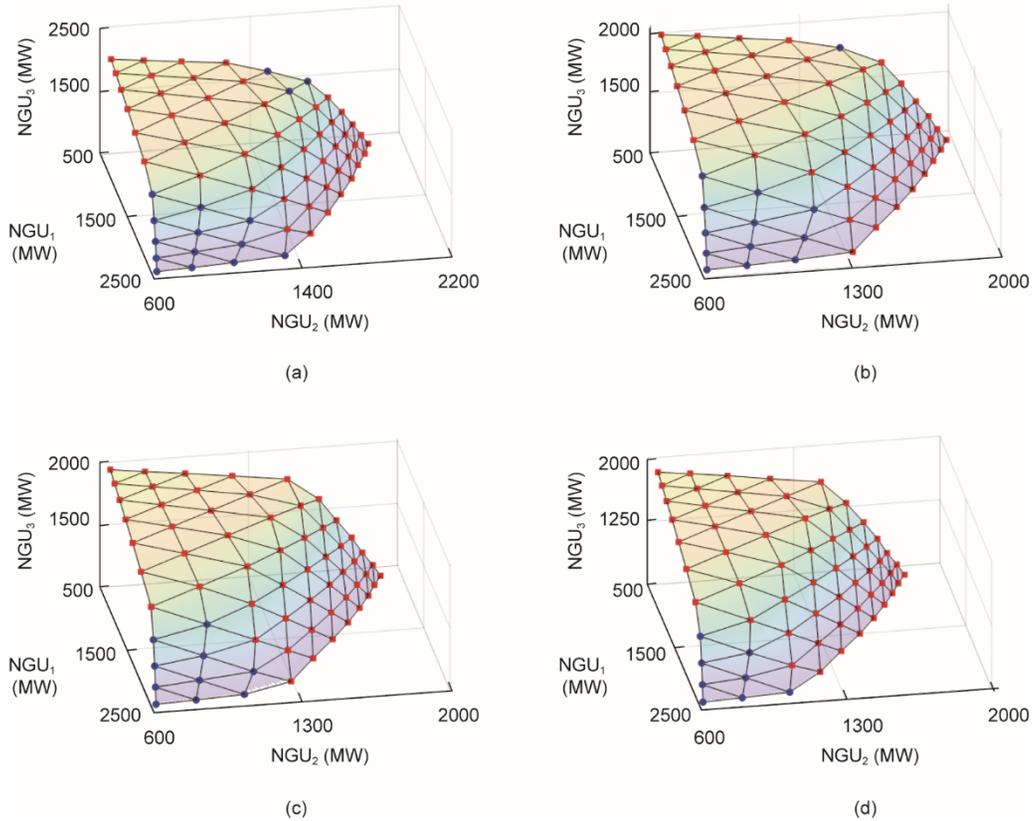


图14. 场景III计算结果: 考虑天然气初始负荷增长。(a) 5%; (b) 15%; (c) 30%; (d) 50%。

表4 不同天然气负荷水平下IEGS-SSR与SGSR的边界点信息

Growth parameter	Gas load growth				
	0 (initial)	5%	15%	30%	50%
λ_G in SGSR	247	242	233	220	201
λ_G in IEGS-SSR	234	234	233	220	201

方向下, 这一结果正好相反。因而, 在IEGS的调度过程中, 应尽可能寻找最佳的NGU机组组合响应IEGS的负荷增长需求, 以保证IEGS具有足够的静态稳定裕度。

4.3. 误差与计算时间分析

为计算本文方法拟合的IEGS-SSR和实际IEGS-SSR之间的拟合误差, 本节利用蒙特卡洛法随机生成20000余个方向, 并计算对应的边界点构成IEGS-SSR的边界曲面。本节将蒙特卡洛法生成的IEGS-SSR边界近似认为是精确值。然后利用式(35)计算用本文方法生成的NGU组合O、B、C有功功率注入空间下的IEGS-SSR的拟合误差, 结果如图16中的三元图与表6所示, 图中三个坐标分别表示三台NGU的有功出力增长方向。

根据误差分析结果, 本文方法所拟合的大部分IEGS-SSR边界的平均正向误差小于0.32%, 正向误差高的三角形拟合平面的三个顶点具有两种不同颜色, 这与本文第

3.5节中的分析相照应。这一结果论证了本文所提计算方法可以较准确地拟合IEGS-SSR边界。然而, 本文IEGS-SSR的拟合仍存在少量较小的负向误差。在实际的电力系统安全调度过程中, 电力系统的正常运行需要保证一定的静态电压稳定裕度, 如北美电力系统要求北美电网运行需保证5%以上的静态电压稳定裕度[55]。这一运行准则可被推广至IEGS中, 并指导IEGS的安全运行过程。因此, 尽管本文所提方法在IEGS-SSR的边界拟合中存在着约-0.31%的最小负向误差, 这一微小的误差并不显著影响IEGS的运行与调度过程。

在电力系统中, 有学者将安全域用于评估电力系统的安全水平, 通常每隔半小时甚至更短的时间评估一次[56]。相类似的, 在IEGS的稳定性分析中, 可基于当前运行点计算IEGS-SSR, 并用于评估IEGS的静态稳定水平, 其评估频率可参考电力系统中的评估频率。因此, IEGS-SSR的计算效率至关重要。本节给出了算例场景II与场景IV中多个IEGS-SSR的计算时间, 如表7所示。

IEGS-SSR的计算时间与采样点数量 n_s 有关。因此, 相较于蒙特卡洛法20000个点的采样计算过程, 本文只用了66个点便近乎达到了相同的计算精度, 效率得到了极大提高, 提高了至少90%。

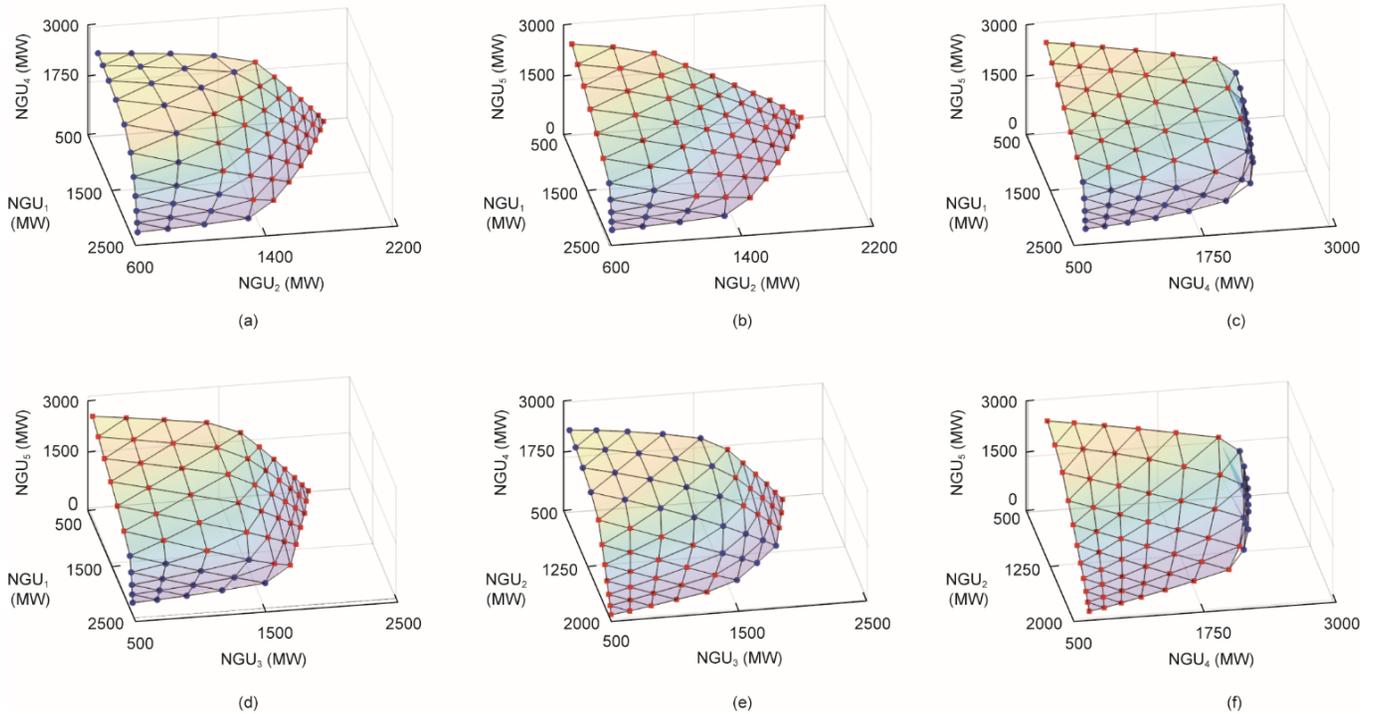


图 15. 不同NGU组合三维有功功率注入空间下的IEGS-SSR。(a) 组合A; (b) 组合B; (c) 组合C; (d) 组合D; (e) 组合E; (f) 组合F。

表 5 不同机组组合下IEGS-SSR边界点信息

NGU scheduling directions	$\omega_{\text{eg-p}}$	λ_G of group O	λ_G of group A	λ_G of group B
C	[0.1, 0.4, 0.5]	231	243	217
D	[0.3, 0.1, 0.6]	232	289	273

5. 结论

本章将电力系统SVSR的概念拓展到IEGS，基于IEGS的稳态多能流模型，定义了IEGS-SSR及其边界判据，并利用CMEF和多维超平面抽样方法实现了多维空间下IEGS-SSR的求解，最后通过算例证明了IEGS-SSR的可行性与边界求解方法的有效性。具体结论如下：

(1) IEGS-SSR给出了IEGS静态稳定裕度的全局视角。研究电力系统的网络传输功率极限时，有必要计及天然气系统的约束，以保证NGU能源供应的安全性与可靠性。

(2) 由于天然气系统的加入，IEGS-SSR在电力系统SVSR基础上出现了一定程度的收缩，随着天然气系统负荷水平上升，IEGS-SSR进一步减小。

(3) IEGS-SSR会随着所选择的NGU有功功率注入空间的变化而不同，因而在IEGS的调度过程中，为保证IEGS具有足够的静态稳定裕度，可形成多个机组组合视角下的IEGS-SSR，为调度人员提供调控指导。

(4) 算例结果表明，本文所提IEGS-SSR计算方法拟

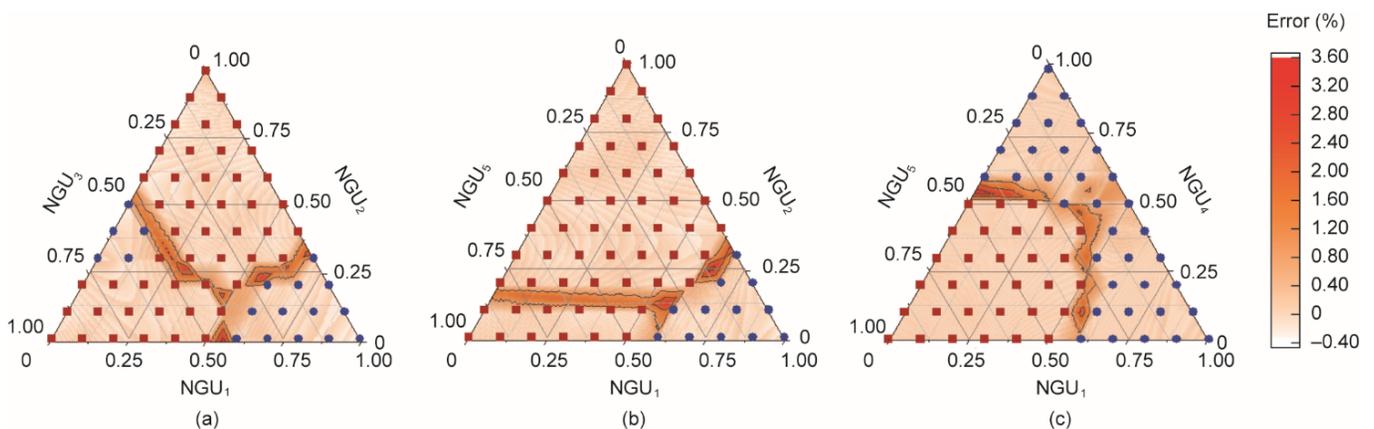


图 16. 拟合误差分布三元图。(a) 组合O; (b) 组合B; (c) 组合C。

表6 NGU组合O、B、C的误差分析

NGU group	Maximum positive fitting error (%)	Average positive fitting error (%)	Minimum negative fitting error (%)	Average negative fitting error (%)
Group O	3.36	0.316	-0.314	-0.0879
Group B	3.53	0.307	-0.311	-0.0742
Group C	3.52	0.285	-0.311	-0.0588

表7 场景II与场景IV中各IEGS-SSR的计算时间

NGU group	Computation time (s)
Group O	79.260
Group A	77.520
Group B	78.862
Group C	96.270
Group D	74.239
Group E	79.404
Group F	85.224

合出的IEGS-SSR边界较为准确，平均正向误差为0.32%，且具有较高的计算效率。

IEGS-SSR为IEGS调度员提供了一种在线安全监控思路。操作员只需比对当前运行点是否位于IEGS-SSR边界内即可评估IEGS当前的静态稳定性，极大简化了安全监控的过程。同时，IEGS-SSR还可作为边界条件集成至IEGS调控过程中。考虑到IEGS-SSR在实际IEGS运行中的应用前景，后续的研究工作将围绕IEGS-SSR边界的拓扑性质及IEGS-SSR的快速边界求解算法展开。

致谢

本文得到国家自然科学基金项目(52222704、52177107)资助。

Compliance with ethics guidelines

Yunfei Mu, Zhibin Liu, Xiangwei Guo, Hongjie Jia, Kai Hou, Xiaodan Yu, Bofeng Luo, and Hairun Li declare that they have no conflicts of interest or financial conflicts to disclose.

References

- [1] Paul S, Dey T, Saha P, Dey S, Sen R. Review on the development scenario of renewable energy in different country. In: Proceedings of 2021 Innovations in Energy Management and Renewable Resources; 2021 Feb 5–7; Kolkata, India. IEEE; 2021. p. 1–2.
- [2] Youssef E, El Azab RM, Amin AM. Comparative study of voltage stability analysis for renewable energy grid-connected systems using PSS/E. In: Proceedings of SoutheastCon 2015; 2015 Apr 9–12; Fort Lauderdale, FL, USA. IEEE; 2015. p. 1–6.
- [3] Zhang J, Mu Y, Wu Z, Liu Z, Gao Y, Jia H, et al. Optimal scheduling method of regenerative electric heating for emergency residential building heating: an affine arithmetic-based model predictive control approach. IET Energy Syst Integr 2023;5(1):40–53.
- [4] Mi Y, Liu C, Yang J, Zhang H, Wu Q. Low-carbon generation expansion planning considering uncertainty of renewable energy at multi-time scales. Glob Energy Interconnect 2021;4(3):261–72.
- [5] Chen D, Bao Z, Wu L. Integrated coordination scheduling framework of electricity-natural gas systems considering electricity transmission $N-1$ contingencies and gas dynamics. J Mod Power Syst Clean Energy 2019;7(6):1422–33.
- [6] Shabazbegian V, Ameli H, Ameli MT, Strbac G. Stochastic optimization model for coordinated operation of natural gas and electricity networks. Comput Chem Eng 2020;142:107060.
- [7] Erdener BC, Pambour KA, Lavin RB, Dengiz B. An integrated simulation model for analyzing electricity and gas systems. Int J Electr Power Energy Syst 2014;61:410–20.
- [8] Badakhshan S, Ehsan M, Shahidehpour M, Hajibandeh N, Shafie-Khah M, Catalão JPS. Security-constrained unit commitment with natural gas pipeline transient constraints. IEEE Trans Smart Grid 2020;11(1):118–28.
- [9] Hui H, Ding Y, Luan K, Xu D. Analysis of “8.15” blackout in Taiwan and the improvement method of contingency reserve capacity through direct load control. In: Proceedings of 2018 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM); 2018 Aug 5–10; Portland, OR, USA. IEEE; 2018. p. 1–5.
- [10] Fairley P. The troubled link between gas and electricity grids. IEEE Spectrum 2016;53(6):11–2.
- [11] Bialek J. What does the GB power outage on 9 August 2019 tell us about the current state of decarbonized power systems? Energy Policy 2020;146:111821.
- [12] Mercedes FJ, Chow JC, Yan HH, Fischl R. A framework to predict voltage collapse in power systems. IEEE Trans Power Syst 1988;3(4):1807–13.
- [13] Abed AM. WSCC voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy, and reactive power reserve monitoring methodology. In: Proceedings of 1999 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.99CH36364); 1999 Jul 18–22; Edmonton, AB, Canada. IEEE; 1999. p. 191–7.
- [14] Kwatny H, Pasrija A, Bahar L. Static bifurcations in electric power networks: loss of steady-state stability and voltage collapse. IEEE Trans Circ Syst 1986;33(10):981–91.
- [15] Venikov VA, Stroeve VA, Idelchick VI, Tarasov VI. Estimation of electrical power system steady-state stability in load flow calculations. IEEE Trans Power Apparatus Syst 1975;94(3):1034–41.
- [16] Alzaareer K, Saad M, Mehrjerdi H, Salem Q, Harasis S, Aldaoudyeh AMI, et al. Sensitivity analysis for voltage stability considering voltage dependent characteristics of loads and DGs. IEEE Access 2021;9:156437–50.
- [17] Liu B, Wang Y, Yang Z, Li YW, Xie HZ, Zhang Y, et al. Evaluation method of voltage stability based on minimum singular value. Appl Mech Mater 2014;511–512:1128–32.
- [18] Vahid-Pakdel MJ, Seyedi H, Mohammadi-Ivatloo B. Enhancement of power system voltage stability in multi-carrier energy systems. Int J Electr Power Energy Syst 2018;99:344–54.
- [19] Zhao B, Luo B, Zhou J, Meng X, Li Z. Static sensitivity analysis method of integrated energy system based on power flow model. In: Proceedings of 2018 2nd IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2); 2018 Oct 20–22; Beijing, China. IEEE; 2018. p. 1–9.
- [20] Qiao Z, Guo Q, Sun H, Jia L, Zhao W. Static voltage stability margin considering the coupling of natural gas and power system. In: Proceedings of 2018 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM); 2018 Aug 5–10; Portland, OR, USA. IEEE; 2018. p. 1–5.

- [21] Chiang HD, Wang ZY, Zeng L. Dynamic relationship between KKT saddle solutions and optimal solutions in AC OPF problems. *IEEE Trans Power Syst* 2024;39(1):1637–46.
- [22] Wei W, Jia H, Zhang P, Wang C, Wu J, Lee ST. Development of power system voltage stability region (PSVSR) for static voltage security assessment. In: *Proceedings of 2006 International Conference on Power System Technology*; 2006 Oct 22–26; Chongqing, China. IEEE; 2006. p. 1–6.
- [23] Mu Y, Jia H. An approach to determining the local boundaries of voltage stability region with wind farms in power injection space. *Sci China Technol Sci* 2010;53(12):3232–40.
- [24] Yu Y, Li H, Han Q, Lee ST, Zhang P. Practical boundary of static voltage stability region in cut-set complex power space of power systems. In: *Proceedings of 2005 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific*; 2005 Aug 18–18; Dalian, China. IEEE; 2005. p. 1–6.
- [25] Qiu Y, Wu H, Song Y, Wang J. Global approximation of static voltage stability region boundaries considering generator reactive power limits. *IEEE Trans Power Syst* 2018;33(5):5682–91.
- [26] Chiang HD, Flueck AJ, Shah KS, Balu N. CPFLOW: a practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations. *IEEE Trans Power Syst* 1995;10(2):623–34.
- [27] Kuroda E, Watanabe M, Kato D, Saito N, Yatsu M. Fast computation method of static voltage stability using geometric parameter adjustment for the continuation power flow. *Electr Eng Jpn* 2021;214(2):1–10.
- [28] Zhang W, Wang T, Chiang HD. A novel FFHE-inspired method for large power system static stability computation. *IEEE Trans Power Syst* 2022;37(1):726–37.
- [29] Tang WH, Li WW, Zheng JH, Wu CQ, Wang LX, Wei QL, et al. A composite voltage stability index for integrated energy systems based on L-index and the minimum eigenvalue of reduced Jacobian matrix. *Int J Electr Power Energy Syst* 2022;141:108136.
- [30] Liu Z, Mu Y, Guo X, Jia H, Wu G, Zu G. Static stability analysis of integrated electricity and gas system considering voltage and pressure. In: *Proceedings of 2021 IEEE 5th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*; 2021 Oct 22–24; Taiyuan, China. IEEE; 2021. p. 1750–4.
- [31] Xu W, Lu H, He G, Chen Y, Yang D. Optimal schedule strategy of integrated energy system considering static voltage stability. *Lect Notes Electr Eng* 2021; 718:660–75.
- [32] Lu S, Xu Y, Gu W, Fang X, Dong Z. On thermal dynamics embedded static voltage stability margin. *IEEE Trans Power Syst* 2023;38(3):2982–5.
- [33] Tang Y. *Static analysis of voltage stability*. In: *Voltage Stability Analysis of Power System*. Singapore: Springer Singapore; 2021.
- [34] Rajani B, Raju PS. Comparison of facts controllers for improvement of voltage/line stability in transmission system using SSSC & STATCOM. *J Theor Appl Inf Technol* 2012;41:192–200.
- [35] Chen B, Guo Q, Yin G, Wang B, Pan Z, Chen Y, et al. Energy-circuit-based integrated energy management system: theory, implementation, and application. *Proc IEEE* 2022;110(12):1897–926.
- [36] Martinez-Mares A, Fuente-Esquivel CR. A unified gas and power flow analysis in natural gas and electricity coupled networks. *IEEE Trans Power Syst* 2012; 27(4):2156–66.
- [37] Yuan K, Sun C, Song Y, Li H. A multi-energy flow calculation method considering multiple energy coupling operation modes. In: *Proceedings of 2020 IEEE 4th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*; 2020 Oct 30–Nov 1; Wuhan, China. IEEE; 2020. p. 2661–6.
- [38] Labiba NJ. Fluid flow analysis of a transmission line of Jalalabad gas transmission and distribution system limited. *Int J Oil Gas Coal Eng* 2015;3(2): 24–32.
- [39] Bao YQ, Wu M, Zhou X, Tang X. Piecewise linear approximation of gas flow function for the optimization of integrated electricity and natural gas system. *IEEE Access* 2019;7:91819–26.
- [40] Jiang T, Zhang R, Li X, Chen H, Li G. Integrated energy system security region: concepts, methods, and implementations. *Appl Energy* 2021; 283: 116124.
- [41] Chen S, Wei Z, Sun G, Sun Y, Lu N. Steady-state security regions of electricity gas integrated energy systems. In: *Proceedings of 2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*; 2016 Jul 17–21; Boston, MA, USA. IEEE; 2016. p. 1–5.
- [42] Li S, Xia W, Liu Y. A sensitivity-based exchange model between L index and eigenvalues to quantify power system static voltage stability. In: *Proceedings of 2023 IEEE 6th International Electrical and Energy Conference (CIEEC)*; 2023 May 12–14; Hefei, China. IEEE; 2023. p. 397–401.
- [43] Li X, Tian G, Shi Q, Jiang T, Li F, Jia H. Security region of natural gas network in electricity-gas integrated energy system. *Int J Electr Power Energy Syst* 2020; 117:105601.
- [44] Qin YJ, Zheng JH, Li Z, Wu QH. Reduction of non-linear many objectives for coordinated operation of integrated energy systems. *Int J Electr Power Energy Syst* 2020;117:105657.
- [45] Varadarajan M, Swarup KS. Solving multi-objective optimal power flow using differential evolution. *IET Gener Transm Distrib Inst Eng Technol* 2008;2(5): 720–30.
- [46] Gao B, Morison GK, Kundur P. Voltage stability evaluation using modal analysis. *IEEE Trans Power Syst* 1992;7(4):1529–42.
- [47] Li P, Li Q, Bai J, Wang S, Huang Y. Accommodation ability evaluation of high renewable energy penetrated power system with large-scale concentrating solar power. In: *Proceedings of 2021 6th Asia Conference on Power and Electrical Engineering (ACPEE)*; 2021 Apr 8–11; Chongqing, China. IEEE; 2021. p. 263–8.
- [48] Que L, Jiang Z, Lai H, Xie Z, Li S. A reliability evaluation method for transmission grid based on risk theory. In: *Proceedings of Third International Conference on Mechanical Design and Simulation (MDS 2023)*; 2023 Mar 3–5; Xi'an, China. 2023.
- [49] Osiadacz AJ. *Simulation and analysis of gas networks*. Oak Ridge: US Department of Energy; 1987.
- [50] Xiao J, Qu Y, She B, Lv L, Song C, Sun Z, et al. Complete limits of flow network based on critical flow: concept, model, algorithm, visualization, and applications. *Arab J Sci Eng* 2023;48(1):985–1007.
- [51] Qiu Y, Wu H, Zhou Y, Song Y. Global parametric polynomial approximation of static voltage stability region boundaries. *IEEE Trans Power Syst* 2017;32(3): 2362–71.
- [52] Hu L, Zhao J, Hongjie J, Guo X, Zeng Q. Computing the boundary of simple power system feasible region based on the optimization method. In: *Proceedings of IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies*; 2012 May 21 24; Tianjin, China. IEEE; 2012. p. 1–6.
- [53] Bishnu A, Desai S, Ghosh A, Goswami M, Paul S. Uniformity of point samples in metric spaces using gap ratio. *SIAM J Discrete Math* 2017;31(3):2138–71.
- [54] Qiu C, Cheng J, Chen Q, Jiang P. An optimal method for load restoration in AC DC system. In: *Proceedings of 2017 China International Electrical and Energy Conference (CIEEC)*; 2017 Oct 25–27; Beijing, China. IEEE; 2018. p. 107–11.
- [55] wecc.org. [Internet]. System performance criterion under normal conditions, following loss of a single BES element, and following extreme BES events. Report. Salt Lake City: Western Electricity Coordinating Council; 2012 Apr.
- [56] Yu Y, Liu Y, Qin C, Yang T. Theory and method of power system integrated security region irrelevant to operation states: an introduction. *Engineering* 2020; 6(7):754–77.